

数 学 科 学 習 指 導 案

指導者 立柳 容子

1. 日 時 平成18年7月7日(金) 2校時
2. 学 級 3年2組 男子19名 女子14名 合計33名 南校舎2階
3. 主 題 2次方程式

4. 主題について

方程式については、第1学年で一元一次方程式、第2学年では二元一次方程式および連立方程式を学習してきた。第3学年においては、第1章平方根で数を無理数まで含めた実数に拡張し、第2章多項式では因数分解とその考え方について学習してきた。これらのことを素地として、2次方程式の解を求めることになる。2次方程式の解法については、因数分解を利用する方法、平方根の考えによる方法、があることを理解させ、方程式によって適切な解法を選択し、解けるようにしておく必要がある。さらに、因数分解を利用する解法は簡潔で速く解が求められる反面、どんな問題でも解けるわけではないこと。平方根の考えによる解法は、式変形が容易でないこともあるが、一般的な解法であること。

それら2つの解法はどちらも次数を減らす操作をおこなっており、最終的には一元一次方程式に帰着させて等式の性質をよりどころに解けるといふこと、の3点をおさえて指導していくことが大切である。2次方程式を利用することによって、これまで解決できなかった問題も解決できるようになり、より広く問題の解決に方程式が利用できることになる。このことは「数と式」の領域を越え、「三平方の定理」の応用場面や、「相似な図形」、「関数 $y = ax^2$ 」の問題解決の手段として2次方程式が欠かせないということからも明らかである。本単元の指導は方程式指導の総仕上げであり、計算技能の集大成でもある。それと同時に具体的事象の解決の道具として、多くの発展性を含んだ教材でもあり、獲得した学習内容を新しい課題の解決に活用していることを生徒が実感できる教材である。

多くの生徒は、根号を含んだ式の計算や多項式の展開、因数分解に積極的に取り組み、少しずつではあるが着実に力を伸ばしてきている。しかし、「なぜそのように変形できるのか」、「どんな意味をもつ式なのか」、「どのような考え方をを用いて解決するのか」などの考え方や見方を問う質問や問題にはなかなか答えられない、取り組めないのが現状である。このことは、既習の学習内容を他の問題を解決するためのよりどころとして活用する力が弱いことを示している。

そこで指導にあたっては、2次方程式は形式的に解けることがよさではあるが、そのことのみを重きをおくのではなく、学習内容(意味・原理等)をことばでしっかりと把握させることと、既習の学習がどのように関連づけられるのかを明らかにすること、それを計算過程のどこにどのように用いるのかを意識させること、それらを大切に扱う指導を行ってきたい。

5. 指導と評価の計画(別紙)

6. 本時の目標

数学への関心・意欲・態度	2次方程式を1次方程式に帰着して解くことができることに気づき、その解き方に関心を持ち、2次方程式を解こうとする。
数学的な見方や考え方	因数分解を用いて2次方程式が解けることに気づき、2次方程式の解き方を書いたり、発表したりして説明している。
数学的な表現・処理	因数分解を用いて、簡単な2次方程式を解くことができる。
数量、図形などについての知識・理解	因数分解を用いて、簡単な2次方程式の解き方をいえる。

7. 本時の指導の構想

(1) 指導構想及び留意点

本時は2次方程式の解法の原理把握をはかる学習過程を組む。ねらいは、2次方程式の左辺を因数分解して1次式の積の形 $(x-a)(x-b)=0$ に変形できるときは、既習の1次方程式に帰着して解けることを理解させることである。このとき、「 $a \times b = 0$ ならば $a = 0$ または $b = 0$ 」という考えを用いるが、この考えをこれまでの既習事項と関連づけて、「 $(x-a)(x-b)=0$ が $x-a=0$ または $x-b=0$ と結びつくことが納得いくように授業をすすめたい。また、「 $x-a=0$ や $x-b=0$ が1次方程式であることに気づかせ、これらの方程式を解いて $x=a$, $x=b$ を導き出していく。留意する点は、「 $a=0$ または $b=0$ 」の「または」という用語は生徒が日常的に使っていることばの意味と異なるという点である。もし、疑問に感じる生徒がいれば、数学用語としての「または」には $a=b=0$ が含まれるということに触れておきたい。

(2) かかわり合いを生かす手だてについて

前時では、代入して成り立つ値が方程式の解であるということ「よりどころ」として、2次方程式の解を求めた。本時ではそのことを復習問題として取り上げ、代入で解を求める方法は時間がかかり効率的でないことから、解法を考える「必然性」をおさえたい。ポイントとなる学習活動は、左辺を因数分解した形の2次方程式と解がどのように結びつくかを論理的に考えるところである。ここで、「 $a \times b = 0$ ならば $a = 0$ または $b = 0$ 」という論理と「等式の性質」が「よりどころ」となる。それらを「よりどころ」にして考えることで、解法の論理を納得させる。また、解法の手順を因数分解や1次方程式などの「ことば」を用いて言わせたり、書かせたりしてまとめさせる。

段階	過程	時間	学 習 活 動	評価の観点・方法	指導上の留意点	教材・教具等
導 入	よ み と る さ ぐ る み と お す	10 分	1 . 前時の学習を確認する。		1-1 . < A > 2 次方程式の解を代入で求めたことを確認する。	学習シート 小黒板
			2 . 復習問題に取り組む。		1-2 . < A > 次の既習の用語を確認する。 ・ 2 次方程式 ・ 2 次方程式の解	
展 開	さ ぐ る み と お す む す び つ け る つ く る ま と め る つ く る ま と め る た し か め る あ て は め る	35 分	3 . 本時の学習課題を把握する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">代入以外で解を求める方法を考えよう。</div>		2 . いくつかの値を方程式に代入させて解を求めさせる。この方法では時間がかかり効率的でないことから、効率的な解き方を考える必然性をもたせる。	
			4 . 左辺が因数分解できる形であることを確認する。	5 [数学的な見方や考え方] <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$a \times b = 0$ ならば どちらかが 0 になること ($a = 0$ または $b = 0$) を説明できる。</div> < 発言・観察 > A : 因数の積, 一次式の積, 1 次方程式 C : かっこをひとまとまりと見て, $x = 0$ のや に入る数を考えさせる。	4-1 . 右辺を隠し, 左辺の 2 次式を既習の因数分解と結びつける。 4-2 . 因数分解した式と解との間に関係がありそうだと気づかせる。	
終 末	ふ り か え る	5 分	5 . 左辺を因数分解した方程式と解がどのように結びつくかを考える。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$(x - 2)(x + 1) = 0$ ⋮ $x = 2, x = -1$</div>	5-1 . < D > かっこをひとまとまりと見ることと, 式の構造が多項式の積であることから, $x = 0$ のと についてどんなことがいえるかを考えさせ, 次の論理を導き出したい。 $a \times b = 0$ ならば $a = 0$ または $b = 0$ 5-1 . $x - 2 = 0$ と $x + 1 = 0$ が 1 次方程式であることをおさえ, 等式の性質をよりどころとして解を導き出す。	5-1 . < D > かっこをひとまとまりと見ることと, 式の構造が多項式の積であることから, $x = 0$ のと についてどんなことがいえるかを考えさせ, 次の論理を導き出したい。 $a \times b = 0$ ならば $a = 0$ または $b = 0$ 5-1 . $x - 2 = 0$ と $x + 1 = 0$ が 1 次方程式であることをおさえ, 等式の性質をよりどころとして解を導き出す。	
			6 . 別な 2 次方程式で確かめる。	6 [数学的な見方や考え方] <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$(x - a) \times (x - b) = 0$ なので $x - a = 0$ または $x - b = 0$ と書いている。</div> < 学習シートの記述 > A : なし C : $(x - a) \times (x - b) = 0$ と乗法の演算記号を書かせ, $x = 0$ の形で考えさせる。	6 . 既に解がわかっているもので, 5 の考え方が適用できることを確かめて一般化をはかる。	
			7 . 考えを整理して解答を書く。		7-1 . 考えを整理し, 他の人にわかりやすく伝えるための解答の書き方を示す。 7-2 . 解くときに使った考えをことばでまとめる。	
			8 . $(x - a)(x - b) = 0$ 以降の処理を練習する。	8 . < A > 全員の学習シートをチェックし, 書き方の定着状況を確認する。	8 . < A > 全員の学習シートをチェックし, 書き方の定着状況を確認する。	
			9 . 問 1 について考える。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$x(x - 5) = 0$ $(x + 1)(2x - 1) = 0$</div>	9-1 . < A > 問 1 を考えさせることで, 見方や考え方を強化する。 $(x + 1)(2x - 1) = 0$ で 1 次方程式を解くという考え方を, $x(x - 5) = 0$ で x を因数のひとつと見る見方を強化する。	9-1 . < A > 問 1 を考えさせることで, 見方や考え方を強化する。 $(x + 1)(2x - 1) = 0$ で 1 次方程式を解くという考え方を, $x(x - 5) = 0$ で x を因数のひとつと見る見方を強化する。	
			10 . 今日の学習内容を振り返り, わかったことや感想を記入する。		9-2 . < B > 必要に応じて, 問題を与える。	補助プリント
			11 . 道しるべを使って自己評価する。			学習シート 道しるべ

3 年 数 学		単元（題材）名 2 次方程式（2 次方程式の解き方）		総時間 4 時間扱い				
<p>学習指導要領の指導事項 二次方程式について理解し，それを用いることができるようにする。 ア 二次方程式の必要性を知り，その解の意味を理解すること。 イ 簡単な二次方程式を解くことができ，それを利用できること。</p>								
単元の目標		主な学習活動		評価規準	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	表現・処理	知識・理解
因数分解や平方根の考えを使って，2 次方程式を 1 次方程式に帰着させて解くことができる。		【原理把握】 問題をよみとる。 因数分解や平方根の考えを用いて，1 次方程式にむすびつける。		B = 「おおむね満足できると判断される状況」	2 次方程式を解く方法を、因数分解や平方根の考えを用いて解こうとしている。	因数分解や平方根の考えを用いて、2 次方程式の解き方を説明できる。	因数分解や平方根の考えを用いて、簡単な 2 次方程式を解くことができる。	2 次方程式を解くときの手順やその根拠が言える。
		解き方の考えを整理して，解答を書く。		A = 「十分満足できると判断できる状況」の例	因数分解か平方根の考えなど、既習の内容に帰着して、2 次方程式を解こうとしている。	因数分解や平方根の考えをもとに、2 次方程式を 1 次方程式に帰着させて解く方法を見だし、それを説明できる。	いろいろな 2 次方程式を $(x +)^2 =$ の形に直し平方根の考えを用いて解くことができる。	式の形に応じて因数分解又は平方根の考えのどちらを使って解くのが効率的か言える。
		たしかめ問題に取り組む。 定着問題に取り組む。		C = 「努力を要すると判断される状況」の生徒への指導の手だての例	面積図を用いて視覚的にとらえさせ、意欲付けを図る。	式の形に注目させてこれまでに習った因数分解の形に似ていることや、「2 乗して になる数」という表現や正方形の面積図から平方根の考えが使えることに気づかせる。	途中の計算を丁寧に書かせることで、どんな考え使っているか意識させる。	具体的な 2 次方程式の書き方を丁寧にまとめさせる。
次	時	主な達成目標		主な学習活動	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	表現・処理	知識・理解
1	2 h 本時 1/2	因数分解を用いて，2 次方程式を 1 次方程式に帰着して解くことができる。		左辺が因数分解された式と解がどのように結びつくかを考える。	因数分解を用いて 2 次方程式が解けることに気づき，その解き方に関心を持ち，2 次方程式を解こうとする。	因数分解を用いて 2 次方程式が解けることに気づき，解き方を書いたり，発表したりして説明している。	因数分解を用いて，簡単な 2 次方程式を解くことができる。	因数分解を用いて，簡単な 2 次方程式の解き方をいえる。
2	2 h	平方根の考えを用いて，2 次方程式を 1 次方程式に帰着して解くことができる。		$x^2 = a$ の形の方程式を平方根の考えを用いて，	平方根の考えを用いて 2 次方程式が解けることに気づき，その解き方に関心を持ち，2 次方程式を解こうとする。	平方根の考えを用いて 2 次方程式が解けることに気づき，解き方を書いたり，発表したりして説明している。	平方根の考えを用いて，簡単な 2 次方程式を解くことができる。	平方根の考えを用いて，簡単な 2 次方程式の解き方をいえる。

よ 1. -2, -1, 0, 1, 2のうち, 2次方程式 $x^2 - x - 2 = 0$ の解になっ
み てるものを, すべていいなさい。

x	左辺	右辺
-2		
-1		
0		
1		
2		

解は, $x =$ _____, $x =$ _____

学習課題

み
と
お
す

2. 2次方程式 $x^2 - x - 2 = 0$ を解きなさい。
<自分で>

3. 方程式の左辺に着目しよう。

$$\boxed{x^2 - x - 2} = 0$$

$$\boxed{} = 0$$

$x =$ _____, $x =$ _____

4. 別な2次方程式で確かめよう。

む
す
び
つ
け
る

つ 5 <解答の書き方>

$$x^2 - x - 2 = 0$$

<自分で>

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

左辺を因数分解すると

$$(x \quad)(x \quad) = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0 \text{ または } \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}, x = \underline{\hspace{2cm}}$$

た 6. 次の方程式を解きなさい。

たしかめ

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

左辺を因数分解すると

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0 \text{ または } \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}, x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

左辺を因数分解すると

$$(x + 5)(x + 3) = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

あ 7. 次の方程式を解きなさい。

問1

$$x(x - 5) = 0$$

$$(x + 1)(2x - 1) = 0$$

評
価

今日の振り返り

おまけ！

次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

左辺を因数分解をすると

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

答え $x = 3, x = 2$ $x = 8, x = -7$ $x = 0, x = 6$ $x = -3$

おまけ！

次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

左辺を因数分解をすると

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

答え $x = 3, x = 2$ $x = 8, x = -7$ $x = 0, x = 6$ $x = -3$

おまけ！

次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

左辺を因数分解をすると

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

答え $x = 3, x = 2$ $x = 8, x = -7$ $x = 0, x = 6$ $x = -3$

おまけ！

次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

左辺を因数分解をすると

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

答え $x = 3, x = 2$ $x = 8, x = -7$ $x = 0, x = 6$ $x = -3$