

# 第2学年 数学科 学習指導案

日時 平成19年10月5日(金)5校時  
生徒 2年A組 男子14名 女子17名 計31名  
指導者 一関市立千厩中学校 教諭 多田 直樹

## 1 単元名 「平行と合同」

### 2 単元について

#### (1) 教材観

中学校で学習する図形の知識のほとんどは小学校ですでに扱っている。中学校でこれらの知識を深めたり一般化したりすることもあるが、新しい図形の知識を学ぶという新鮮さはほとんどない。なぜなら、本単元は、既習の知識を論証の対象としているからである。

生徒にとって、対頂角が等しいこと、平行線の同位角が等しいこと、三角形の内角の和が $180^\circ$ であること、四角形の内角の和が $360^\circ$ であること等々、それぞれが並列的な知識として認識していると考えられる。例えば、多角形の内角の和や外角の和を求める際、三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを根拠に生徒は説明しようとするが、それは小学校段階での実験・実測によるものを事実として扱っているだけであるため、本来は出発点そのものの証明が必要である。しかし、生徒は当たり前的事实として認めてきたことを証明することに抵抗を示し、図形の論証指導に苦手意識をもつ者が多い。

そこで、定義、公理から出発して体系をつくる論証の意味を無理に理解させようとせず、小学校の知識を基に部分的な体系づくりを意識させ、その出発点になっていることに目を向けさせていく方が、生徒にとっては自然な流れではないかと考える。このように、本単元では、説明の根拠を求めながら、部分的な体系をつくることを目的にして指導にあたるのが大切であると考えられる。

#### (2) 生徒観

本学級は、授業には真面目に取り組んでおり、発言も積極的な方であるが、数学を苦手、不得意としている生徒が少なくない。特に男子生徒が数学を苦手としており、定期テストの平均点は男子が女子を約20点下回る結果となっている。

昨年行われたCRTの結果を分析すると、「数と式」、「数量関係」領域では全国比を下回っているものの、「図形」領域だけは全国比を超える結果となっている。

本単元の後半には、多くの生徒が苦手意識を示す証明もあるため、図形に対する抵抗感をもたせないよう、丁寧な指導を心がけたい。

#### (3) 指導観

本単元では、基本的な平面図形について、小学校以来学んできた知識を整理しながら根拠を探り、あるいは図形の性質を調べるよりどころとして用いることができるようにしていく。そのため、導入などで既習事項の確認を丁寧に行う必要がある。また、これまで主として、直観的、帰納的な方法によって図形の性質を調べてきたが、これからは基本的な性質をよりどころとした演繹的な推論の方法を理解させていかなければならない。そのためにまず、自分の考えを根拠をもとに説明できるように指導していきたい。

### 3 単元の目標

観点	目標
数学への関心・意欲・態度	多角形の内角・外角の和の性質、平行線や角の性質など、基本的な図形の性質に関心をもち、それを確かめようとする。
数学的な見方や考え方	多角形の内角・外角の和の性質、平行線や角の性質など、基本的な図形の性質を演繹的または帰納的な推論や類推を用いて予想したり、予想したことを考察したりすることができる。
数学的な表現・処理	多角形の内角・外角の和や平行線と角の性質を利用して角の大きさを求めることができ、証明に用いられることばを適切に用いて、推論の過程を表現することができる。
数量、図形などについての知識・理解	多角形の角や平行線の性質および三角形の合同条件や基本的な図形の性質を理解している。

#### 4 単元の指導と評価の計画（15時間扱い）

節	項	時間	指導内容	主な評価規準				
				数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形等についての知識・理解	
平行線と角	多角形の内角と外角	1	多角形について既習事項の確認と構成要素	多角形について辺、角等を、観察、操作を通して調べようとしている。			多角形の表し方を理解している。	
		2 (本時)	多角形の内角の和の求め方		多角形の内角の和の性質を、既知の三角形の内角の和に帰着して考察することができる。	多角形の内角の和を求めることができる。		
		3	多角形の内角の和の性質や多角形の外角の和の性質			多角形の内角の和や外角の和の性質を利用して、いろいろな角の大きさを求めることができる。	多角形の内角の和や外角の和の性質を利用して、角を求める方法を理解している。	
	平行線と角	4	対頂角の意味とその性質、同位角と錯角の意味の理解	観察、操作や実験を通して対頂角の性質を調べようとしている。				対頂角や同位角、錯角の意味を理解している。
		5	平行線の性質と平行になるための条件			平行線の性質を用いて角の大きさを求めることができる	平行線の性質を理解している。	
		6	三角形の内角の和が $180^\circ$ になることの証明と証明の意義		平行線の性質を用いて、三角形の内角の和について考察することができる。	三角形の内角、外角の性質を理解し必要な角の大きさを求めることができる。		
		7	基本の問題		学習事項を用いて問題を解くことができる。		多角形の内角と外角、平行線と角の性質を理解している	
2合同な図形	三角形の合同条件	8	図形の合同の意味と合同な図形の性質			合同な図形を記号を使って表すことができる。	合同な図形の性質を理解している。	
		9	三角形が1通りに決まる条件	どこに着目すると2つの三角形が合同になるのかについて関心をもち調べようとしている。		2つの図形が合同であることをことばや式で表したり、それをよみとったりすることができる。		
		10	三角形の合同条件		2つの三角形が合同になるための条件を調べ、合同条件を考察することができる。		三角形の合同条件を理解している。	
		11	三角形の合同条件を用いた図形の性質の証明	筋道を立てて考えることに関心をもち、証明しようとする。	三角形の合同条件を用いて簡単な図形の性質の証明ができる。			
	証明の進め方	12	仮定と結論の意味と結論を導く証明のすすめ方	証明のすすめ方に関心をもち、根拠となることから明らかにしながら証明を行おうとする。				仮定、結論の意味を理解している。
		13	根拠となることから明らかにして図形の性質を証明すること、根拠となることからのまとめ		根拠となることから明確にして、図形の性質を考察し、それを証明することができる。	三角形の合同条件などを利用した簡単な図形の性質の証明について、根拠となることからのいうことができる。		
		14	基本の問題			学習事項を用いて問題を解くことができる。	三角形の合同条件、証明の仕方について理解している	
まとめ	問題演習	15	章の問題A	図形の様々な性質に関心をもち、証明の根拠となることからの意識しながら問題を解こうとする。	図形の様々な性質を適用して問題を解くことができる。	図形の様々な性質をつかって問題を解くことができる。	図形の様々な性質を理解している。	

#### 5 本時の指導

##### (1) 目標

多角形を三角形に分けるなどして、既習事項をもとに内角の和の求め方を考えることができる。

##### (2) 評価規準と具体的評価規準

評価規準	十分満足できる状況(A)	おおむね満足できる状況(B)	Cと判断される生徒への具体的な手立て
【数学的な見方や考え方】 多角形の内角の和の性質を、既知の三角形の内角の和に帰着して考察することができる。	いろいろな方法で、多角形の内角の和を求める方法を考え、説明することができる。	三角形の内角の和が $180^\circ$ であることをもとにして、三角形の数と頂点の係数に気づき、多角形の内角の和を考察することができる。	表をもとに、三角形の個数と計算式に注目させながら規則性を見いだせるようにする。
【数学的な表現・処理】 多角形の内角の和を求めることができる。	$180^\circ \times (n-2)$ を用いて、多角形の内角の和を求めることができ、さらに応用問題についても正しく解決することができる。	$180^\circ \times (n-2)$ を用いて、多角形の内角の和を求めることができる。	表をもとに $180^\circ$ や $(n-2)$ の意味を理解させ、公式の $n$ に数を代入することができるようにする。

(3) 本時の展開

段階	時間	学習活動	指導上の留意点・評価
導入	7分	1 既習事項・用語の確認 ・用語：「内角」 ・(三角形の内角の和) = $180^\circ$  2 多角形の確認  3 学習課題の把握 どのような多角形の内角の和でも求めることができる計算方法を発見しよう。	本時の課題解決に必要な既習事項・用語を確認する。 前時の学習を振り返る。 三角形の内角の和をもとにして、八角形までの内角の和を求めたこと。 他にどんな多角形があるか全員に発表させる。(友達と同じ場合は変更させる。)  「多角形は無数にある」、「図を描くことには限界がある」、「もっと簡単に求める方法はないだろうか?」、「規則性がありそうだ」、「計算で求めることができそうだ」ということに気付かせ、学習課題につなげたい。
展開	40分	4 課題解決 (1) 見通し 表にまとめること。 四角形・五角形について、表のまとめ方を確認する。 表をもとにして、どんな多角形の内角の和でも求めることができる式をつくること。 (2) 自力解決 六角形から八角形までを表にまとめる。 表をもとに、どんな多角形の内角の和でも求めることができる式をつくり、学習シートに記入する。 (3) 解決方法の考察 自分が見つけた式を発表する。 何故その式になるのか、根拠を発表する。  (4) 一般化 頂点の数を変数としてとらえ、文字 $n$ を使って書き表すとどうなるか? $180^\circ \times (n - 2)$  5 課題解決のまとめ n角形の内角の和は $\frac{180^\circ \times (n - 2)}{\text{三角形の内角の和} \quad \text{三角形の個数}}$ である。  6 適用問題(例題)  7 定着演習・習熟問題・解答	計算は何算か? かけ算 何と何をかけるか? $180^\circ$ と三角形の個数 三角形の個数に分かるためには、何に着目するか? 角の数・辺の数・頂点の数 頂点の数で確認 頂点の数と三角形の個数の関係を整理するためには、何を使えばよいか? 表 見通しの確認後、学習シートを配布する。 前時の学習内容をもとに表を完成させることを確認する。 (対角線はひとつの頂点から引くことに統一) 評価【見方・考え方】 多角形の内角の和の性質を、既知の三角形の内角の和に帰着して考察することができる。 [方法] 観察・発表・学習シート $180^\circ \times (\text{頂点の数} - 2)$ という「ことばの式」を引き出したい。 何故その式になるか、その根拠を確認する。 三角形の個数は、頂点の数 - 2で求めることができることを引き出したい。 『- 2』の根拠を確認する。 三角形の個数、対角線の本数、頂点の数の関係を説明する。 生徒から出ない場合、教師側で説明する。  教師主導で行う。
終末	3分	8 本時のふり返り 授業をふり返り、公式が導き出される過程を再確認する。	本時で解決したことを価値づけ、次時以降の学習意欲を高めたい。

- ・多角形の内側の角を何と言いましたか？ 内角
- ・三角形の内角の和は、何度でしたか？  $180^\circ$
- ・そして、前の時間は、多角形をいくつかの三角形に分けて、その多角形の内角の和を求めましたね。表を提示
- ・対角線を引くときに注意することは何でしたか？ 交わらないように引くこと。
- ・そこで、前の時間は八角形までの内角の和を求めましたね。
- ・多角形は、八角形までで終わりですか？ まだまだある。
- ・八角形より頂点の数が多い多角形を一つ思い浮かべてください。
- ・それを今から全員に発表してもらいます。
- ・全員起立。発言したら座ってください。もし、自分と同じ多角形を言われたら挙手で教えてください。ただし、前の人と同じだった場合は、変更してください。では光さんからお願いします。
- ・全部で30個の多角形を発表してもらいましたが、多角形の数はこれで全部ですか？ いいえ
- ・多角形は全部で何個あるの？ 無数・無限
- ・その無数にある多角形の内角の和を求めるときも、やっぱり図を描くしか方法はないのかな？ 別の方法がある
- ・どんな方法 計算で求める方法
- ・計算で求める方法があることに気付いているひとは他にいますか？（挙手を求める。）
- ・図を描いて求める方法と計算で求める方法とでは、どちらが便利ですか？
- ・今日の学習課題はこれです。板書

- ・計算で求めることができるという人に質問です。何算でできますか？ かけ算
- ・何と何をかけますか？  $180^\circ$  と三角形の個数  $180^\circ \times (\text{三角形の個数})$
- ・なるほど。どんな多角形でも三角形の個数が分かればよいということですね。
- ・では、三角形の個数が分かるためには何に着目すればよいですか？ 頂点の数
- ・すると、頂点の数と三角形の個数に何か関係があるんだね。
- ・では、頂点の数と三角形の個数の関係を整理するためには、何を言えばよいですか？ 表
- ・それでは、今日はまた表を使いながら考えていきましょう。学習シート配布
- ・では、学習シートに日付・氏名・学習課題を書きましょう。
- ・では、表のまとめ方を説明します。例えば、四角形なら……。五角形なら……。
- ・このようにして、六角形から八角形まで表にまとめながら、どんな多角形の内角の和でも求めることができる計算方法を考え、学習シートの下に書いてください。制限時間は5分とします。もし早くできた人は、さっき自分が思い浮かべた多角形の内角の和を求めるための式も書いてください。着目するところは、頂点の数と三角形の個数の関係でしたね。始め。

- ・それでは、作業を中止してください。
- ・指名する。さんは、どんな計算方法を考えたのか発表してください。  $180^\circ \times (\text{頂点の数} - 2)$
- ・同じに考えた人はいますか？（挙手を求める）
- ・では、さんは、何故このような式をつかったのですか？ 三角形の個数は、頂点の数より2だけ少ないから。
- ・この規則に気付いた人はどれだけいましたか？（挙手を求める）
- ・なるほど。でも何故、頂点の数より2少なくなるのか、説明できる人はいますか？（挙手を求める）
- ・はい、さんお願いします。発表
- ・今の説明で納得できた人はどれくらいいますか？（挙手を求める） はい、拍手～。パチパチ……。
- ・さすがですね。みんなが気付いたことは、しっかり説明できたことだったんだね。
- ・では、この式を使って、みんなが思い浮かべた多角形の内角の和を求める式をつくってみてください。
- ・どうになりましたか？（数名に指名）自分がつくった式を発表

- ・では、今日のまとめに入ります。
- ・ $180^\circ$  や2という定まった数は何と言いましたか？ 定数
- ・逆に、頂点の数のようにいろいろな数に変化する数は何と言いましたか？ 変数
- ・ちなみに、変数は何を使って表せばよかったですか？ 文字
- ・では、頂点の数を文字  $n$  を使ってあらわすことにします。
- ・頂点の数を  $n$  としたということは、この式は何角形の内角の和を求めることになりますか？  $n$  角形の内角の和
- ・では、今日のポイントです。板書
- ・例題で計算の流れを確認しましょう。