

第3学年 数学科学習指導案

日時 平成19年11月16日(金) 5校時
学級 3年B組(男子13名女子13名計26名)
場所 3年B組教室
指導者 教諭 三國 和彦

1 単元名 6章 三平方の定理 1節 三平方の定理 1三平方の定理

2 単元について

(1) 教材観

三平方の定理は、9年間の算数・数学の義務教育最後の単元となる。

この定理の学習では、相似まで含む図形的な内容、平面図形や空間図形などの計量的な内容、さらには平方根や二次方程式などの代数的な内容など、多くの学習内容が含まれる。そのことは、図形の学習にとどまらず、数学の学習を総合的に見ていく機会となることを意味する。

三平方の定理は直角三角形の三辺の長さの関係を表わしており、数学において重要な定理である。単に図形の中に直角三角形を見つけて2辺の長さを知り、残る1辺の長さを求めるという機械的な操作だけにならないように配慮したい。観察、操作や実験といった活動を通して三平方の定理を見いだすなど、直角三角形の三辺の長さの関係としてその美しさに触れられるような工夫を考えたい。

また、三平方の定理を通して、図形に対する見方や考え方をより豊かなものにしていきたい。三平方の定理の持つ図形の普遍性に触れるとともに、中学校で学習するほぼ全ての図形の計量がこの定理によって可能となる。一見して直角三角形が存在しないような図形に対しても、その中に適当な直角三角形を見つけて、あるいは補助線をつくりだして、線分を求めることができる。空間観念を深めたり、図形を分解・構成する力を育成するひとつの場面としてとらえていきたい。

(2) 生徒観

全体的に落ち着きがあり、意欲を持って問題に取り組む姿勢が見られる。しかし、積極的に発言したり質問するなど、主体的に学ぶ姿勢にやや欠け、全体的に受動的である。数学については、各種調査等の結果をみると、苦手意識を持っている生徒が多い。また、基礎的な知識、計算が身に付いていない生徒も少なくない。

したがって、いかにして数学を学ぶ楽しさを味わわせるか、また、学級全体で練り上げる場面と、個に応じて理解を促す場面をバランスよく、十分に時間を確保する授業展開に留意したいと考える。

(3) 指導観

本単元は、教材観で述べたように今までの学習領域が幅広く含まれている。単元全体を通して、数式の計算や平方根、平面図形や空間図形などの総復習の機会と捉え、基礎的な力もしっかりと身につけさせたい。

本章では、今までの学習をもとにして、直角三角形の各辺を1辺とする正方形の面積の間にある関係が成り立つことから、三平方の定理を導いていく。様々な証明方法が知られているが、生徒の興味・関心に応じて取り扱うこととし、その結果として証明ができることを知る程度とする。三平方の定理の逆では、「三角形の3辺の長さを a 、 b 、 c とすると、 $a^2 + b^2 = c^2$ ならば、この三角形は直角三角形である」ことの意味を、具体的につかめるようにしていきたい。三平方の定理のよさは、その利用や応用場面にあるので、平面図形や空間図形の計量や具体的な問題解決を通して、そのよさが実感できるように場面を提示していきたい。

また、本単元には、定理の利用以外にも、数学のよさや美しさを時間でできる場面がいくつもある。定理にまつわる歴史的な背景や逸話の紹介、ピラミッドの計量の逸話や算額といった数学史等、興味・関心を引き出す機会を有効に活用し、数学を学習することの楽しさをもっと味わわせて卒業させたい。

3 単元の目標

三平方の定理を見出し、確かめ、利用することができるようにする。

4 単元の評価規準（おおむね満足できる状況）

関心 意欲 態度	数学的な見方や考え方	表現 処理	知識 理解
<ul style="list-style-type: none"> 直角三角形の3つの辺の長さの間に成り立つ関係に関心を持ち、観察、操作や実験を通して共通な性質を見出し、考察しようとする。 三平方の定理の証明方法に関心を持ち、それらについて調べようとする。 三平方の定理の逆について関心を持ち、考察しようとする。 三平方の定理を利用すると色々な長さを直接測らなくても求められることに気付き、それらを求めようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> 直角三角形の3つの辺の間に成り立つ関係について、観察、操作や実験を通して、共通な性質を導き、考察することができる。 三平方の定理やその逆の証明について知り、考察することができる。 三平方の定理や逆を用いると、直角三角形の辺の長さが求められたり、直角三角形であるかどうかを判断できたりするなど、三平方の定理の意味について考察することができる。 いろいろな図形の中に直角三角形を見出し、辺の長さなどの求め方を考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 三平方の定理を、直角三角形の3辺の長さを用いて、言葉や式で表すことができる。 三平方の定理の証明において、式と図形を関連させ、証明を読み取ったり表したりすることができる。 三平方の定理の逆が成り立つことの説明を読み取ることができる。 三平方の定理を利用して、直角三角形の辺の長さを求めたり、三平方の定理の逆を使って、三角形が直角であるかどうかを判断したりすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 三平方の定理は、直角三角形の3辺の関係を表しているということを理解しているとともに、直角三角形の3辺をそれぞれ1辺とする正方形の面積の関係を表すものであるということを理解している。 三平方の定理やその逆を理解している。 三平方の定理を用いて目的の長さが求められることと、そのためには直角三角形を見出せばよいことを理解している。

5 指導計画（12時間扱い）

導入	1時間	(本時)
三平方の定理	2時間	
三平方の定理の逆	1時間	
基本の問題	1時間	
平面図形への応用	2時間	
空間図形への応用	2時間	
いろいろな問題への応用	1時間	
基本の問題	1時間	
章の問題	1時間	

6 本時の指導

(1) ねらい

3つの正方形で囲まれた三角形について、その形と面積の間に成り立つ関係を、活動を通して予想することができる。

(2) 本時の指導における判断規準

3つの正方形に囲まれた三角形の形と、正方形の面積の間に成り立つ関係に関心を持つ。(関心・意欲・態度)		
A (十分満足できる状況)	B (おおむね満足できる状況)	Cの生徒に対する手だて
見出した関係について、一般的にいえるかどうかの考察をしようとしたり、発展的に考えようとしたりする。	三角形の形と面積の間に成り立つ関係について、観察や操作、実験を通して、共通な性質を見出し考察しようとする。	操作活動の中で、考察的な見方ができるような補助的な声かけを通して支援する。
判断・評価の方法	発言・自己評価	

3つの正方形に囲まれた三角形の形と、正方形の面積の間に成り立つ関係を考察することができる（見方・考え方）		
A	B	Cの生徒に対する手だて
三角形の形と面積の間に成り立つ関係を一般化して調べたり、発展的に考察したりすることができる。	三角形の形と面積の間に成り立つ関係について、観察や操作、実験を通して、共通な性質を見出すことができる。	机間指導や教え合いの場面を活用し、考察の場面で孤立させないように支援する。
判断・評価の方法	発言・自己評価	

(3) 本時の指導構想

本時は、三平方の定理の導入場面である。教科書では、「とびら」といわれるところである。私は、この場面をあつかわず、いきなり三平方の定理の紹介し、機械的な操作の指導を行なう場合が多かった。

そこで、観察や操作を通して、直角三角形にのみ三平方の定理を見いだす体験をさせたいと思った。また、見いだした三平方の定理の証明として、2つの正方形を分割してそれを残りの正方形の中にぴったりと埋め尽くせることも体験させたいと思った。

まず、3つの正方形を並べて、その中にできる三角形に着目し、「形」「大きさ」「位置関係」という観点からとらえ考察することにした。学習指導要領では、「図形」指導の意義を「このような立場でものを見たものが図形であり、それについて考察することが数学科の大切な使命の1つである」としている。そこでとらえた図形を分類し、直角三角形となりそうな場合の「共通点」から三平方の定理を類推する。しかし、3つの正方形の中にできた三角形が、直角三角形であるかは直観的な見方の域を越えていない。

そこで、直角三角形であるならば、「直角をはさむ2辺のそれぞれを1辺とする正方形の和は、斜辺を1辺とする正方形の面積に等しい」ことを分割等積によって証明する。正方形を分割したものを残りの正方形へあてはめていくことは、小学校でのタングラムの学習を生徒に想起させられると思われる。どこをポイントに図形を見ていけばいいのか、生徒の発言を生かしながら、全ての生徒に図形の見方に気づかせ埋め尽くさせたい。

数学的な見方や考え方を指導するとき、「自ら学び、自ら考える」ということから、その時間を生徒に任せてしまい、教師が適切な指導をしていないことがある。数学的な見方や考え方は、自然に生徒に身につくものではなく、教師の意図的な指導によって身につくものである。今回は、観察や操作を通して、図形の見方について観点を与えながら指導することで、数学的な見方や考え方を身につけさせたい。

さらに、家庭学習として、代数的な方法による証明を生徒に挑戦させたい。支援の必要な生徒にとっても、取りかかれるよう方眼用紙のます目を入れ、ます目を数えたり、実際の面積として計算できるよう配慮した。高校において、予習をもとに授業が進むので、そのことも意識した家庭学習への取り組みにつなげたい。次時は、それらの証明を統合的に指導していきたい。

本時は、以上の通り2つの場面設定からなり、課題解決型の指導過程にあてはめることができなかつた。授業改善という視点から、このことについてもご意見をいただきたい。

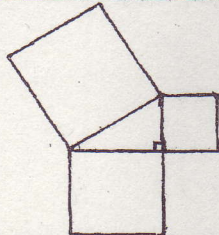
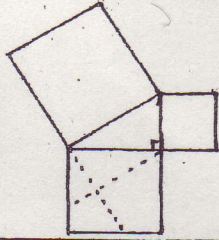
テーマ：数学的な見方・考え方を育てる展開のあり方

視 点：①数学的な見方・考え方を育てるために、観察や操作活動は効果的であったか。

②予習として取り組ませる内容は、家庭学習として適当であったか。

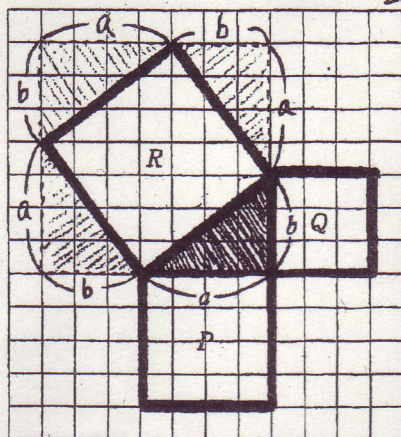
③義務教育最後の単元としての観点から9年間で育てるべき算数・数学の基礎基本は何か。

(3) 展開

学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
1. 課題提示	<p>面積が1の正方形3個と、面積が2、3、4の正方形が1個ずつある。この中から3つ選び、頂点を結んでできる図形について、その特徴を考察する。</p>	<p>・正方形の間の三角形の形に着目させる</p>
<p>学習課題 三角形の形と、正方形の組み合わせの関係について考えよう。</p>		
2. 課題解決の見通し	<p>すべての組み合わせを調べる。</p> <p>できた三角形の種類を確認する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正三角形、二等辺三角形ができる場合がある。 ・直角三角形もできる。 ・何でもない三角形もできる。 ・鈍角三角形や鋭角三角形ができる。 	<p>(評価) 3つの正方形に囲まれた三角形の形と、正方形の面積の間に成り立つ関係に関心を持っているか。</p>
3. 課題の追求 (1)	<p>それぞれの三角形ができるときの、正方形の面積の組み合わせについて考察する。</p> <p>発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正三角形は、3つとも同じ面積 ・二等辺三角形は、2つの正方形が同じ面積 ・直角三角形は、大きい正方形の面積が、他の2つの正方形の面積の和に等しい ・鋭角三角形は和がたりない時、鈍角三角形は和が多いとき 	<p>(評価) 3つの正方形に囲まれた三角形の形と、正方形の面積の間に成り立つ関係について、考察することができたか。</p>
4. 中間まとめ	<p>『3つの正方形が直角をつくって並ぶとき 小さい2つの正方形の面積の和が、 大きい正方形の面積になる』 と予想できる。</p> 	<p>・なるべく生徒の言葉でまとめる</p>
5. 課題の追求 (2)	<p>予想が本当に正しいのか、図形を切り取って、あてはまることから確かめる。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・一方的に作業を説明するのではなく、直角を吟味する必要性を認識させたい。 ・時間があれば、教科書の付録にある切り貼りのパターンについてもやらせてみる
5. 本時のまとめ	<p>本時の学習内容を振り返る</p> <p>家庭学習と次時の確認をする</p> <p>自己評価を記入する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・現時点では数学的に証明されていないことを確認する ・証明については、家庭学習として考えさせる

$P + Q = R$ を証明しよう！

氏名 _____



上の図より、
 P の面積 $=a^2$ Q の面積 $=b^2$
 と表せる。
 このとき、 $R=P+Q$ となることを、 a 、 b を使って証明しなさい。
 ヒント： $R=a^2+b^2$ と表せればよいのだが……。Rの面積はどうやって求めるのか、図をよ〜く見てみよう。

証明)

証明がよく分からない人は.....

1マスを 1 cm^2 として、 P 、 Q 、 R の面積を求めてみよう

P cm^2 Q cm^2 R cm^2