

# 第3学年 数学科学習指導案

日 時 平成22年10月27日(月) 5校時

学 級 3年桜コース

(男子10名, 女子11名 計21名)

場 所 3年学習室

授業者 佐藤良二(T1) 塚野麗子(T2)

## 1 題材名 第6章 三平方の定理 (東京書籍「新編 新しい数学」3年)

### 2 題材について

#### (1) 題材について

三平方の定理の起源を文献などで調べると、その多くが測量に関することで記述されている。特に有名なものが、エジプトの話である。毎年ナイル川の氾濫によって失われた農地を復元するために測量の技術が研究され、経験的に三平方の定理を利用していた。また、15世紀の大航海の時代は、実用数学が要求され、三平方の定理を利用した三角測量を必要とした。人類が三平方の定理を見いだしたことで、現在立ち並ぶ超高層ビルや高速道路のような大きな建造物をつくることを可能にしたといえるだろう。三平方の定理なくして、現代社会の発展はなかったであろうし、人々は豊かな生活を送ることはできなかったであろう。

子どもたちにとっても、三平方の定理を知ることにより、今まで求められなかった線分の長さを求めることが可能になる。そして、図形の中に有効な直角三角形さえ見いだせば、三平方の定理を活用することで、平面図形の辺の長さや角度、面積、それに立体の体積などの計量ができるようになる。よって、三平方の定理の学習は、学習したことの有用性を強く実感できる単元であると考えられる。また、三平方の定理は、直角三角形の3辺の関係を1つの等式で簡潔に表現できる美しさをもつ定理である。その証明の方法は、200以上あると言われており、それだけ、人間にとって魅力的な定理である。中学生の段階でも、パズル的な操作による方法や等積変形の操作による方法を用いて証明でき、三平方の定理の証明がもつ魅力を十分に味わうことが可能になる。

以上のことから、本単元は、子どもたちに数学を学習する楽しさを味わわせるのに大変有効であると考えられる。

本単元では、子どもたちに三平方の定理を発見させることから学習を始め、直角や三角形、そして辺などの図形的な性質が、面積と辺の長さの平方の関係を介して、二次式 $a^2 + b^2 = c^2$ で表現できることを知り、今まで別々に学習してきた図形の性質と代数の性質を関係付けて見ることができるようしていきたい。そして、三平方の定理及びその定理の逆を証明させ、そのことを利用して様々な問題を解かせていく。そうすることで、三平方の定理及びその定理の逆が、図形の性質の考察や計量などに利用することができるのだということを実感させ、数学を学習する楽しさを味わわせられると考える。

#### (2) 生徒の実態について

授業にまじめに取り組むことのできる生徒達であるが、数学に苦手意識を持っている生徒も

少なからずいる。計算などの表現・処理を中心とする内容については、意欲的に取り組む生徒が多いが、数学的な見方や考え方を問われる問題については苦手意識を持っている生徒が多い。積極的に発言したり、自分の考えを述べる生徒はすくなく、発言する生徒が限られてきている。家庭学習については、女子はおおむねまじめに取り組むが、男子については今ひとつである。表現・処理の内容が多い単元なので、既習事項意識させながら、課題へ取り組ませるとともに、「わかった、できた」という達成感を持たせることで、意欲を高め、基礎基本の定着を図っていききたい。

### 3 題材の指導目標

#### (1) 数学への関心・意欲・態度

- ① 直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作や実験等を通して調べ、共通な性質を見いだそうとする。
- ② 三平方の定理の意味や証明の仕方に関心をもち、それらを調べようとする。
- ③ 3辺の長さがどのようなとき直角三角形になるかということに関心をもち、それを調べようとする。
- ④ いろいろな問題の解決に、三平方の定理を利用しようとする。

#### (2) 数学的な見方や考え方

- ① 直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、観察、操作や実験を通して考え、帰納的に共通な性質を見いだすことができる。
- ② 三平方の定理の証明の仕方を知り、考えることができる。
- ③ 三平方の定理の逆の証明について考えることができる。
- ④ いろいろな図形の中に直角三角形を見いだしたり、補助的につくり出したりする等工夫して、様々な問題解決に三平方の定理を適用することができる。

#### (3) 数学的な表現・処理

- ① 三平方の定理を用いて、直角三角形の2辺から残りの辺の長さを求めることができる。
- ② 三角形の3辺の長さがわかっているとき、直角三角形かどうかを判定することができる。
- ③ 三平方の定理を用いて目的とする辺や線分の長さを求めることができる。

#### (4) 数量、図形等についての知識・理解

- ① 三平方の定理とその逆を理解する。
- ② 特別な直角三角形の辺の比を理解する。

#### 4 題材の指導計画と評価規準(全13時間)

時	節	項	指導内容	主 な 評 価 規 準				家庭学習との関わり ■復習 □予習
				数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形等についての知識・理解	
1	1 節 三 平 方 の 定 理	(1)	直角三角形の3辺が作る正方形の面積の発見と検証	直角三角形の3辺の長さの関係に興味をもち、操作等を通して調べたり、確かめようとしていたりしている。	直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作や実験等を通して共通な性質を帰納的に見いだすこと			■平方根 ■二次方程式 □正方形の中の正方形の面積
2			三平方の定理の証明	三平方の定理の意味や証明の仕方に関心をもち、調べようとしている。	三平方の定理を演繹的に証明することができる。		三平方の定理の式を図と関連付けながら覚えることができる。	■面積問題 □三平方の定理の基本計算
3			三平方の定理を適用し、辺の長さを求める問題	公式に当てはめて辺の長さを求めようとしている。		直角三角形の2辺の長さから、残りの1辺の長さを求めることができる。		■三平方の定理計算 □作図 □合同条件
4	本 時	(2)	三平方の定理の逆の証明と直角三角形かどうかの判別		三平方の定理の逆の証明を考えることができる。	三角形の3辺の長さがわかっているとき、直角三角形かどうかを判定することができる。	三平方の定理の逆を理解する。	■直角三角形の判別
5		基本の問題	基本問題(数学のまど)	これまでの学習内容を想起し、問題に取り組もうとする。		定理を用いて問題を解くことができる。		■三平方の定理の基本 □正方形の対角線の長さ
6	2 節 三 平 方 の 定 理	(1)	三平方の定理を利用しての正三角形や二等辺三角形の高さの求め方。	二等辺三角形や正三角形の高さが三平方の定理を用いて求められることに気づき、問題に取り組もうとする。	二等辺三角形や正三角形の中に高さを含む直角三角形を見いだすことができる。	三平方の定理を用いて、二等辺三角形や正三角形の高さを求めることができる。		■正三角形の高さと面積 □特別な三角形の斜辺の長さ

	定理の応用						
7		特別な直角三角形の辺の比とその利用			特別な直角三角形の辺の比を利用して未知の辺の長さを求めることができる。	特別な三角形の3辺の比を理解する。	■特別な三角形の色々な辺の長さ □弦の長さ
8		円の接線や弦の長さの求め方と2点間の距離の求め方		接線や弦と半径で直角三角形ができ、三平方の定理を適用できることに気づく	三平方の定理を適用して接線や弦の長さを求めることができる		■2点間の距離 □直方体の頂点の間の距離
9		(2) 三平方の定理を用いた直方体の対角線の求め方	空間図形の中に直角三角形を見出そうとしている。	立体の辺と対角線で直角三角形ができることに気づくことができる。			■直方体の対角線 □円錐の高さ
10		形への応用	三平方の定理を用いた角錐や円錐の高さと体積の求め方	角錐や円錐の高さを含んだ直角三角形を見いだすことができる。	三平方の定理を適用して角錐や円錐の高さを求めそれをもとに体積も求めることができる		■円錐、角錐の高さ、体積
11	いろいろな図形への応用	(3) 三平方の定理を活用した最短距離の求め方と三平方の定理と方程式を組み合わせる図形問題	いろいろな問題の図の中に直角三角形を見出し、三平方の定理を用いて問題を解こうとする。	立体の表面を通る最短距離を求めるには、展開図を用いると良いことに気づくことができる。		■長方形の折り目の長さ	
12		基本の問題	基本の問題	これまでの学習内容を想起し、問題に取り組もうとする	いろいろな図形の問題に、三平方の定理を適用して解くことができる。		■色々な問題
13	章の問題A	章の問題A		いろいろな図形の問題に直角三角形を見いだしたり、補助的に作りだしたりする等工夫して、様々な問題解決に三平方の定理を適用することができる。	いろいろな図形の問題に、三平方の定理を適用して解くことができる。		

## 5 本時の指導

### (1) 目標

三平方の定理を利用して、平面上の線分の長さを求めることができる。

### (2) 本時の評価規準と具体的評価規準

観点	十分に満足できるA	おおむね満足できるB	努力を要する生徒への支援C
数学への関心・意欲・態度	・三角形、正方形、長方形以外の図形にも応用できないか考えようとする。	三平方の定理を利用するといろいろな長さを直接測らなくても求められることに気づきそれを求めようとする。	・三平方の定理の有用性
数学的な表現処理	・正方形の一边と対角線、正三角形の一边と高さの關係に気づき、目的の長さを求めることができる。	図形の中に直角三角形を見だし、三平方の定理を利用して目的の長さを求めることができる。	・三平方の定理 ・対角線 ・三角形の高さ

### (3) 指導の構想

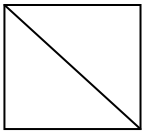
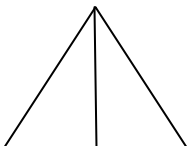
この単元では、直角三角形の  $a^2+b^2=c^2$  の關係を理解し、三平方の定理の証明やその逆の証明などを扱い、その後定理を平面図形や立体図形に活用していくことが大きな指導の流れになっている。証明部分については思考力必要とするが、定理の利用部分について計算力が重要となっている。ただ、三平方の定理は活用の範囲が幅広い。問題をきちんととらえ、その中に三平方を活用できる部分見つけだし、実際計算して解を求めていくことが多い。直角三角形と三平方の定理という結びつきを、他の図形、今まで学習していた正方形・長方形の対角線、正三角形・二等辺三角形の高さを求めることに発展させていく最初の時間である。三平方の定理の有用性、発展性を知らせるきっかけとしていきたい。

### (4) 家庭学習との関連

三平方の定理の定着には、できるだけ多くの種類の問題に取り組むことが大事と考える。そこで家庭学習では、三平方の定理の使い方の基本から応用まで、いろいろな場面での活用問題を練習させていきたい。また、次時の授業で理解をできるだけスムーズに進ませるため、次時課題のヒントとなる問題も予習として与えたい。そのため宿題は、自作のプリントを出していきたい。

発展的な問題については、ワークを活用し取り組ませたい。またまとめ問題として、教科書の基本問題、章末問題を使い理解を深め、定着を図りたい。

(5) 展開

	学習内容	学習活動(生徒の活動)	指導上の留意点(評価)
導入	1, 宿題チェック。  2, 練習問題  3, 本時の学習課題の設定	1, 宿題を机上に出させチェックする。  2, 宿題を元にした練習問題  3, 問題を提示する。	・TT家庭学習のチェック ・三平方の定理、長方形・三角形の面積の面積 ・三平方の定理を使った簡単な問題
	正方形の対角線、正三角形の高さを求めよう。		
展開	4, 正方形の対角線を求める。  5, 正三角形の高さを求める。  6, いろいろな問題を解く	4, 一辺が6cmの正方形の対角線の長さを求めよう ・直角三角形を使って   ○類題を解く。 ○一辺と対角線の間係を知る。 5, 一辺が2cmの正三角形の高さを求めよう。 ・直角三角形を使って   ○類題を解く ・一辺がa cmの正三角形の高さと面積 ○一辺と高さの間係を知る。 6, 長方形の対角線、二等辺三角形の高さを求める。	・求め方を考えさせ、説明させる。 T2: 机間巡視 <評価1> 「2辺と対角線で直角三角形ができることに気づき求めようとする。」(関心・意欲・態度) ・正方形同様直角三角形から求める。 <評価2> 「三平方の定理のを使い正三角形の高さを求めることができる。」(表現・処理) ・机間巡視 ・一辺と高さ面積の関係に気づかせる。
終末	6, 本時のまとめ  7, 次時の予告	6, 正方形の対角線、正三角形の高さの求め方を確認する。 7, 特別な直角三角形の辺の長さを求める。 ・宿題プリントの配布	・一辺と対角線、高さの関係を確認する。

## 6 単元の系統図

