数 学 科 学 習 指 導 案

日　時：平成２３年9月5日（月）
学　級：３年2組（男子８名、女子１５名）
授業者：田　村　洋　子

１　単元名　　　　「　　　円　　　」

２　単元について

本単元では、２年までに学んだ図形の性質を活用した証明や、作図、円の接線、円やおうぎ形に関連する計量など、これまでの図形の学習内容と関連する部分が多い。ここでは、観察、操作や実験などの活動を通して、円周角と中心角の関係を見いだして意味を理解し、それが証明できることを知り、円周角の定理やその逆などを利用して、図形の性質を考察できるようにすることをねらいとしている。

３　単元設定の理由

(1)教材観

これまでの論証指導は、三角形や四角形の辺や角についての性質が中心であり、その性質の多くは小学校以来成り立つとわかっていたものを論証的に証明し直すというものであった。したがって、証明の必要性を実感させるという立場からは必ずしも適切ではないという側面も持っていた。それに対して円周角の性質は生徒にとってこれまで知らなかったはじめて知る性質であるから、証明の必要性を実感させて、論証する力をつけるには適切な内容であるといえる。また、円に関する性質の証明には二等辺三角形の性質が活用される。ここでの証明には三角形や四角形の性質を用いて証明することが多い。すなわち、ここでの論証指導は、2年生までに学んだ図形の性質を活用した証明が中心であって、その理解には、これまでに学んだ図形の性質の理解が不可欠である。

(2)生徒観

本校は素直な生徒が多い。また、計算力のない生徒も多かった。そこで、1年時からショートテストに取り組み計算力の向上に努めてきた。その結果、2学年の標準学力調査では、数と式の「連立方程式を代入法で解く」という内容以外の期待正答率をすべて、同程度かそれを上回っていた。図形領域では、1学年・2学年の内容とも、同程度であるかそれを上回っていた。しかし、自分の考えやなぜそうなるかの理由を言葉で表すことが苦手な生徒が多いため、やはり、論証問題の項目は下回っているという結果が出た。本単元においては証明とともにその理由を丁寧に考えさせ基礎・基本の定着につなげたい。
＊期待正答率･･･学習指導要領に示された内容について、標準的な時間をかけて学んだ場合、設問ごとに正答できることを期待した生徒の割合を示したもの

(3)指導観

観察、操作や実験などを通して予想させたり、既習事項から計算することによって定理を類推させたりし、証明につなげ、考える力を少しでも養いたい。また、模型を利用することによって、視覚的にも訴え定理の理解を助けたい。また、簡単な角度を求める問題は、全員ができるようにし学ぶ意欲を高めたい。

４　研究主題との関わり

本校の研究主題である「基礎・基本の定着をはかる指導法のあり方～学ぶ意欲を高める工夫～」を受けて、本単元における基礎・基本を

①円周角の定理を理解し、円周角の定理を使って角度を求めることができる。
②円周角と弧の定理、直径と円周角の定理がわかり、円についての色々な角の大きさを求めることができる。
③円周の定理の逆を理解し、図形の考察に利用することができる。
④円周角の定理を利用し、円の接線の作図の方法を考えることができる。

とした。

5　単元の目標

観察、操作や実験などを通して、円周角と中心角の関係を見いだして理解し、円周角の定理やその逆、円周角の定理から導き出されるそのほかの定理を利用して、図形の性質を考察できるようにする。また、性質や定理を利用しいろいろな角度を求めることができるようにする。さらに、円の接線の作図の方法を考えることができるようにする。

6　指導計画（6時間扱い）

項	時数	学　習　内　容	評価の観点
扉	2	・　2点を固定して三角定規を動かすとき、角の頂点がどんな図形の上を動くか調べる	関心・意欲・態度
1 円周角の定理 （本時2/2）		・円周角の意味 ・円周角の定理の証明 ・円周角の定理を利用して、円のいろいろな角の大きさを求める	見方や考え方 技能
2 円周角と弧	1	・円周角と弧の定理 ・円周角と弧の定理を使って角の大きさを求めたり、図形の性質を考察したりすること ・直径と円周角の定理 ・直径と円周角の定理を使って角の大きさを求めたり、図形の性質を考察したりすること	見方や考え方 技能
3 円周角の定理の逆	1	・円を、角を一定に保つ図形と見ること ・角の頂点が円周上、円の内部、外部にあるときの角の大きさと円周角の大きさを比べ、これをもとに円周角の定理の逆を求めること ・円周角の定理の逆 ・円周角の定理の逆を使って、4点が1つの円周上にあるかどうかを判断すること ・円周角の定理の逆を使って、図形の性質を証明すること。	見方や考え方 技能
4 円周角の定理の利用	1	・円周角の定理を使って、円の接線を作図する方法を考察する	見方や考え方 技能
章の問題A	1		

7　本時の指導

(1)本時の目標

①円周角と中心角の関係を見つけ証明することができる。（数学的な見方や考え方）

②円周角の定理を利用して円についてのいろいろな角度を求めることができる。（数学的な技能）

(2)本時の評価の観点

評価の観点	A（十分満足できる）	B（概ね満足できる）	C（努力を要する生徒への支援）
数学的な見方や考え方	自分の力で中心角と円周角の関係を見つけ、説明したり、証明したりできる	友人の発言やヒントを聞いて、中心角と円周角の関係を見つけ証明できる	机間指導をし、図を示しながら個別に支援する。
数学的な技能	円周角の定理を使って難易度の高い問題を解くことができる	円周角の定理を使って問題を解くことができる	机間指導をし、計算の仕方を個別に支援する。

(3)指導の構想

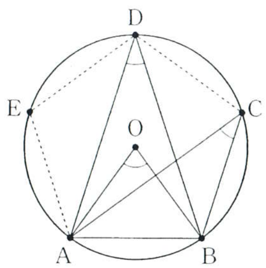
前時の1つの弧に対する中心角は1つに決まるが、円周角はいくつもでき、円周角の大きさは一定であることの復習をし、本時は、円周角と中心角の関係を調べることを提示する。

既習事項である二等辺三角形の性質や多角形の内角の和の求め方等を使い角度を求めさせることによって、円周角と中心角の関係を見つけさせる。そして、模型を使って、1つの弧に対する円周角が等しいこと、中心角が円周角の2倍（円周角が中心角の半分）であることを視覚的にも訴え、円周角の定理の理解を助ける。そして、どんなときでも成り立つかを調べるために、証明に取り組ませる。

(4)本時の展開

段階	学　習　内　容	学　習　活　動	指導上の留意点 ○評価　　・支援や手立て
導入 8分	＊ショートテスト 1、前時の復習	＊問題集より 1、1つの弧に対する中心角は1つに決まるが、円周角は無数にできて、角度が等しいことを思い出す。	・前時の模型を使って、確認する。
展開 40分	2、学習課題の設定	2、本時の学習課題をかく。 円周角と中心角の関係を調べよう。	
	3、課題の解決	3、数学プラスP12の問1を解く。 ①問を読む。 ②二等辺三角形の底角の性質・多角形の内角の和から、角度を求める。 ③円周角と中心角の関係を探す。	・二等辺三角形の底角の性質、多角形の内角の和を使って求めることに気づかせる。
	4、模型提示	4、模型で円周角と中心角の関係を確認する。	
	5、円周角の定理の証明	5、円周角の定理の証明をする。 ①見通しを立てる。 ②証明をしていく。 ③黒板にかく。 ④説明をする。	・三角形の外角と内角の性質を使って求めることに気づかせる ○円周角と中心角の関係を見つけ証明することができる。（数学的な見方や考え方）
	6、円周角の定理のまとめ	6、円周角の定理をまとめる。	
	7、例1で問題の解き方を確認する。	7、例1を解く。	
	8、練習問題	8、数学プラスP12のたしかめ2、問2に取り組む。 黒板に解答をかく。 解説をする。 早く終わったときは問題集をする。	○円周角の定理を利用し円についてのいろいろな角度を求めることができる。（数学的な技能）
終末 2分	9、自己評価	9、ふりかえり用紙に記入	

問1　円Oの周を5等分する点を，右の図のようにA，B，C，D，Eとします。
$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角∠AOBと円周角∠ACB，∠ADBの大きさを，それぞれ求めて比べなさい。

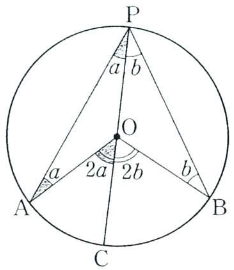


前ページの Q や上の問1で調べたことから，円周角と中心角について，一般（いっぱん）に，次の定理が成り立つことが予想される。

> ● 円周角の定理 ●
>
> **定理　1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり，その弧に対する中心角の半分である。**

上の定理を証明するためには，円Oの $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の1つを∠APBとして，$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$ を示せばよい。

まず，中心Oが∠APBの内部にある場合について証明しよう。



証明　直径PCをひき

$\angle APO = \angle a,\ \angle BPO = \angle b$

とする。

OP＝OA であるから　$\angle PAO = \angle a$

∠AOCは△AOPの外角であるから

$\angle AOC = \angle APO + \angle PAO = 2\angle a$

同様にして　　$\angle BOC = 2\angle b$

したがって　　$\angle AOB = 2(\angle a + \angle b)$

$\angle APB = \angle a + \angle b$ であるから

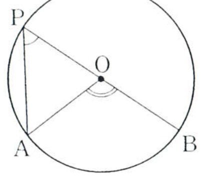
$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$

OP＝OA であるから，△AOPは二等辺三角形

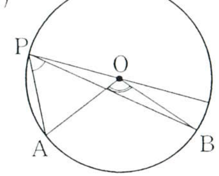
三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

次の図の(ア)，(イ)のような位置に点Pがあるときでも，$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$ となることを確かめることができる。

(ア)



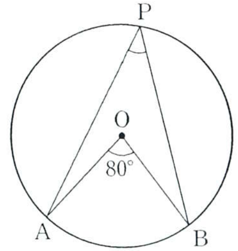
(イ)



例1　右の図で，∠APBの大きさは，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから，中心角∠AOBの半分である。

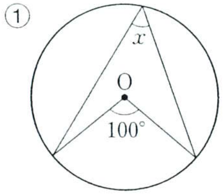
したがって

$\angle APB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

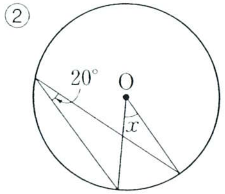


たしかめ2　下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

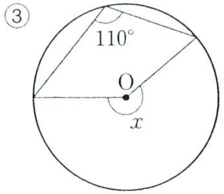
①



②

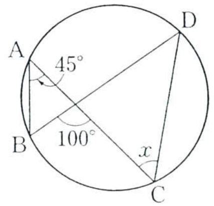


③

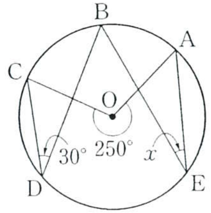


問2　下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



②



● やってみよう！

上の図の(ア)，(イ)のような位置に点Pがあるときについて，$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$ が成り立つことを証明してみよう。