

数学科学習指導案

日 時：平成27年11月6日（金）5校時

学 級：3年A組（男子11名 女子15名 計26名）

場 所：3年A年教室

授業者：教諭 菅原 朋子

1 単元名 5章 相似な図形

2 単元について

(1) 生徒観

本学級の生徒は「わかりたい」という気持ちが強く、授業中に質問したり、教え合いをしたりと積極的に問題を解決しようという姿勢が見られる。一方で、継続して家庭学習などに取り組むことが苦手であるため、なかなか内容を身につけることができない生徒が多い。そこで、授業の中でも定着の時間の確保を確実に行うようにしている。また、授業での挙手・発言は多いが、じっくり話を聞くことが苦手である。自分の考えを発言させたり、発言をつなぐ発問を工夫したりしながら授業の展開を図りたいと考えている。

NR学力検査の結果では、5の段階の生徒はおらず、段階4の生徒が13%、段階3の生徒が46%、2と1の生徒が41%いるため、上位が少なく、中位から下位の生徒がやや多い。本単元に関わっては、「図形」の領域で全国比85であり、「図形の性質、三角形の合同、証明」に苦手意識を持っている生徒も多いため、丁寧な指導が必要である。本時に至るまで、対応する辺に注目し考えたり、相似な図形を作図したり、積極的に取り組んでいるが、空間的に捉えることに難しさを感じている生徒もいる。

(2) 教材観

本単元で扱う相似な図形は、学習指導要領に次のように位置づけられている。

第3学年 B 図形

(1) 図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。

ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。

イ 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。

ウ 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確認すること。

エ 基本的な立体の相似の意味と、相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。

オ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

小学校の第6学年で、拡大図、縮図の意味とそのかき方、縮図の利用、比や比の値の意味とその表し方を学習している。また、中学校の第2学年では、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。ここでは、三角形の相似条件を用いて、三角形や平行線と比に関する図形の性質を中心に論理的に確かめ、数学的な推論のしかたについて理解を深めることをねらいとする。

また、実生活の中で数学が活用されているよさを理解させ、数学を活用することの態度を養う場面として、相似の考えの活用を位置づけたい。

(3) 指導観

数学の教科の本質は、今まで学んだことや体験したことから、新たな場面でもよりよい方法を考えたり、さらにその先を具体的に見通したりした上で、ものごとを選択する態度を育成することであると考える。

2の(2)で述べたとおり、この単元は小学校で学んだ拡大図・縮図の意味と比の考え方、中学2年生での三角形の合同条件の証明を基に、対応する部分の比や対応する角が等しくなることに注目することで、論理的に見通し、表現することができる単元である。結論を導くために、わかっていること（仮定）や手立てとしてどのような性質を用いるか、根拠をもって証明する力を育むことができる。

相似の意味、三角形の相似条件の導入において、実際に作業や作図などを通して、相似の性質や相似条件などを直感的に導いている。そのため、演繹的な推論の根拠として三角形の相似条件を位置づけ、三角形の合同条件を用いた証明の過程に帰着し、思考の流れなどを再確認させながら、丁寧に確かめさせたい。

なお、合同な図形は「きっちり重ね合わせることができる図形」であるのに対し、相似な図形は「1点から見通すことによって重ね合わせることができる図形」ということを意味している。2つの図形を捉えるのに、イメージしにくい生徒も多いと予想するので、具体的な操作も取り入れて理解を深めたいと考える。

3 単元の目標

数学への 関心・意欲・態度	さまざまな事象を相似な図形の性質、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考えを表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題解決に活用して考えたり、判断しようとしている。
数学的な見方や考え方	相似な図形の性質などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。
数学的な技能	相似な図形の性質、三角形の相似条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したりするなど、技能を身につけている。
数量や図形など についての知識・理解	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比及び体積比の関係などを理解し、知識を身につけている。

4 指導計画と評価の計画 (全20時間 本時 6 / 20)

小単元	時数	目 標	学習内容	主な評価規準
扉	1	○航空写真に写っているものを手がかりに縮尺を求め、それをもとに実際の長さを求めることができる。	○航空写真に写っているものを手がかりに縮尺を求め、それをもとに実際の長さを求めることができる。	関】 写真に写っている建物などの長さに関心を持ち、写真から得られる情報を利用してその長さを求めようとしている。 考】 縮尺や写真から得られる情報を利用して、知りたい長さを求める方法を考え、それを説明することができる。
1 節 相似な図形				
① 相似な図形	3	○図形の相似の意味や相似な図形の性質を理解する。 ○比の性質を用いて、相似な図形の対応する辺の長さを求めることができる。	○図形の相似の意味がわかる。 ○図形の相似を、記号を使って表すことができる。 ○相似な図形の性質を理解する。 ○相似の中心と相似の位置の意味について理解する。 ○相似な位置にある図形をかくことができる。 ○相似比の意味がわかる。 ○相似な図形の相似比を求めることができる。 ○合同は相似比が1:1の場合であることがわかる。 ○相似な図形の辺の長さや角の大きさを求めることができる。 ○比の性質とそれを利用して相似な図形の辺の長さを求めることができる。	知】 図形の相似の意味を理解している。 技】 2つの図形の相似や対応する辺や角の関係を、記号を用いて表したり、その意味をよみとったりすることができる。 技】 1点を中心として図形を拡大又は縮小し、相似な図形をかくことができる。 知】 相似の位置にあることの意味を理解している。 考】 相似な図形の性質を見いだすことができる。 知】 「 $a : c = b : d$ ならば $a : b = c : d$ である」ことを理解している。
② 三角形の相似条件	2 本時 2 / 2	○三角形の相似条件を見いだすことができる。 ○三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。	○三角形の相似条件について調べることができる。 ○三角形の相似条件がわかる。 ○三角形の相似を相似条件から判断することができる。 ○三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。	知】 三角形の相似条件の意味を理解している。 技】 2つの三角形が相似であることや辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 関】 三角形の相似条件に関心を持ち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。 考】 見いだした図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて証明することができる。

③ 相似 の利用	1	○相似を利用して距離や高さを求めることができる。	○相似を利用して距離や高さを求めることができる。	【関】相似を利用することに関心を持ち、高さや距離などを求めるときに、相似を利用して問題を解決しようとしている。 【技】縮図をかくなどして、直接求められない高さや距離などを、相似の考えを利用して求めることができる。
基本の問題	1			
2節 平行線と比				
① 三角 形と 比	4	○三角形における平行線と比の性質や中点連結定理を理解し、それを利用して線分の長さを求めたり、図形の性質を証明したりすることができる。	○ノートの罫線を3等分する方法とその方法で3等分できるわけを考えることができる。 ○三角形と比の性質と、それを利用して辺の長さを求めることができる。 ○中点連結定理と、それを利用して図形の性質を証明することができる。	【関】平行線と線分の比についての性質に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。 【技】平行線と線分の比についての性質を用いて、線分の長さを求めることができる。 【考】平行線と線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。 【知】中点連結定理を理解している。 【技】中点連結定理を利用して線分の長さを求めたり、性質を証明したりすることができる。
② 平行 線と 比	2	○平行線と比の性質を理解し、それを利用して、線分の長さを求めたり、線分を適当な比にわけたりすることができる。	○平行線と比の性質を利用して、線分の長さを求めたり、図形の性質を証明したりすることができる。 ○平行線と比の性質を利用して、線分を等分したり、図形の性質を証明したりすることができる。	【関】平行線と比の性質に関心を持ち、その性質について、調べようとしている。 【考】平行線と比の定理を、三角形と比の定理をもとに証明することができる。 【技】平行線と比の定理を利用して、線分の長さを求めることができる。 【知】平行線と比の定理を理解している。
基本の問題	1			
3節 相似な図形の面積と体積				
① 相似 な図 形の 相似 比と 面積 比	2	○相似な図形の相似比と面積比の関係を理解し、それを利用することができる。	○相似な平面図形の相似比と面積比の関係を調べることができる。 ○平面図形の周や面積を、相似比を利用して求めることができる。	【関】相似な図形について、相似比と面積比の関心を持ち、それらの関係を調べようとしている。 【知】相似比と面積比の関係を理解している。 【考】相似比と面積比の関係を文字を用いて説明することができる。 【技】相似比と面積比の関係をを利用して、相似な平面図形の面積を求めることができる。
② 相似 な立 体の 表面 積や 体積 の比	2	○相似な立体の相似比と表面積や体積の比の関係を理解し、それを利用することができる。	○立体の相似を理解している。 ○相似な立体の相似比と表面積の比、体積比の関係を調べることができる。 ○立体の表面積や体積を、相似比を利用して求めることができる。 ○具体的な問題を、立体の相似比を利用して考えることができる。	【知】相似比と体積比の関係を理解している。 【関】相似な立体について、相似比と体積比の関心を持ち、それらの関係を調べようとしている。 【技】相似比と表面積の比や体積比の関係をを利用して、相似な立体の表面積、体積を求めることができる。
章の問題	1			

5 本時の指導について

(1) 本時の目標

三角形の相似条件に関心を持ち、それを用いて証明しようとしている。【数学的な関心・意欲・態度】
 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。【数学的な見方や考え方】

(2) 本時の評価規準

観 点	評価規準	具体の評価規準	
		B (概ね満足できる)	C (努力を要する生徒への支援)
関心 意欲 態度	三角形の相似条件に関心を持ち、それを用いて証明しようとしている。	相似条件を理解しており、図形からどれを使えばいいのか、判断しようとしている。	どの相似条件を使えばよいか、視覚的に捉えられるようにする。
数 学 的 な 見 方 や 考 え 方	三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。	三角形の相似条件を用いて、2つの三角形が相似であることを証明できる。	注目する2つの三角形、相似条件を挙げ、まとめのシートをもとに書き方を把握する。

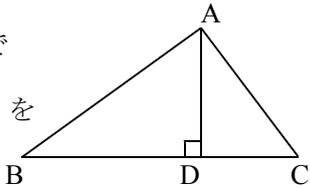
(3) 本時の構想

本時では、前時で行った相似な三角形を記号を用いて表し、相似条件を判断することから、三角形の相似条件を利用した証明問題を取り扱う。

その際、第2学年の「平行と合同」で行った証明と同様の流れであることに帰着し、根拠を明らかにしながら相似の証明に取り組ませる。合同とは異なり、大きさが変わることや重なりがあることから、図形から対応する辺や角を見つけにくく、2つの三角形の相似をイメージしにくい生徒もいると思われる。そのため、ユニバーサルデザインとして2つの三角形を視覚化しながら、展開の前半で証明に取り組む。そして、同じ図形の中にある他の直角三角形にも着目させ、同様の証明を行うことで定着を図りたい。その後、証明の流れをまとめとして共有化する。

また、展開の後半では、証明したことを活用する場面も取り入れ、証明でわかったことをもとに、さらに問題に取り組ませる場面を設定した。図形を取り出すことや並べ替えることで、考えやすくなることに気づかせ、自ら主体的に問題解決に取り組ませていきたい。難しい問題や困難な場面でも、あきらめることなく、解決する手立てを講じたり、工夫して解決しようとしたりする姿勢を養いたいと考える。

6 本時の展開

段階	学習活動	指導上の留意点 ユニバーサルデザインの工夫 ☆焦点化○視覚化△共有化◆その他	評価 (観点・方法)
導入 5分	<p>1 既習事項の確認 ・相似条件を確認する。</p> <p>2 問題の把握 ・問題を読み取る。</p> <p>[例2] ∠A = 90° である直角三角形 ABC で 点 A から辺 BC に垂線 AD をひきます。 このとき△ABC ∽ △DBA となることを 証明しなさい。</p>	<p>○相似条件カードを提示する。 △相似条件を声に出して確認する。</p> <p>○問題を紙板書を提示する。</p> <div style="text-align: center;">  </div>	◆一斉
展開 15分	<p>3 学習課題の設定</p> <p>4 課題解決の見通し ・仮定と結論を確認する。 ・△ABC ∽ △DBA を証明する。</p> <p>5 類似問題 ・問題の中で△ABC と相似な三角形△DAC に注目し、証明する。</p> <p>6 まとめ ・証明の流れを確認する</p>	<p>△問題から本時で学習することは何か確認する。</p> <p style="text-align: center;">三角形の相似条件を利用して、証明問題を考えよう。</p> <p>○仮定は黄色(オレンジ)、結論は赤で下線を引く。 ・仮定と結論を判断するために<ならば>があてはまる場所を考えさせる。 ・結論は、問題のどの部分に着目すればよいか思い出させる。 ○図を用いて頂点の対応を視覚的に捉えさせる。 ☆どの相似条件を使うか、見通しをもたせ、証明する。 △証明の仕方を全体で確認する。</p> <p>○△ABC と△DAC の対応を確認する。 ◆自力解決 ・上記4の証明をもとに、自ら書いてみる。 ・注目する三角形を示し、対応する線分や角に注目し、証明する。</p> <p>☆証明の手順を示した紙を配布し、まとめとする。</p>	<p>◆一斉確認</p> <p>三角形の相似条件に関心を持ち、それを用いて証明しようとしている。 【関】</p> <p>◆自力解決</p> <p>◆一斉確認 ◆個別配布</p>
20分 5分	<p>7 発展問題 ・[問3]に取り組む。 (1) △DBA ∽ △DAC を証明する。 (2) AD : CD = BD : AD を示す。 (3) AD の長さを求める。</p> <p>8 適用問題 ・[問4]に取り組む。</p>	<p style="text-align: center;">三角形の相似の証明は<板書②証明の流れ>のようにする。</p> <p>◆自力◆一斉確認</p> <p>・問題の中にさらに相似な三角形の組があることに気づかせ、主体的に考える場面とする。 △特に∠ABD = ∠CAD = 90° - ∠BAD の根拠を全体で確認する。 ○図を3つ並べて比較する。 (1) 対応する角 (2) 対応する辺 (3) AD の長さをxcmとする。</p> <p>・早く終わった生徒には、ワークの問題に取り組むよう指示を出す。</p> <p>(△証明の手順を説明させる) ◆一斉確認</p>	<p>三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。【考】 (ノート)</p>
終末 5分	<p>9 本時の振り返り</p> <p>10 次時の予告</p>	<p>・本時のポイントや、考えたことを自己評価カードに言葉でまとめさせる</p>	

