

数学科指導案

日時 平成25年5月31日(金) 公開授業 I
学級 岩手大学教育学部附属中学校
2年C組39名
会場 1A3A教室
授業者 佐藤 寿仁

1 単元名 確率

2 単元について

(1) 生徒観

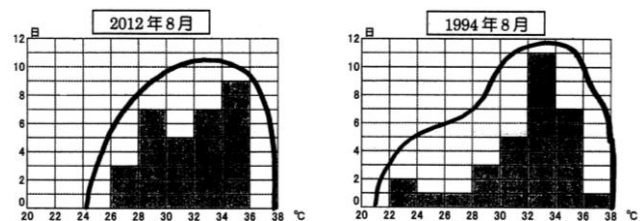
2年生へ進級し、学習内容の難しさを予見しながらも、生徒は意欲的に授業に参加している。1年生での学びを生かして自分の考えを持ち、それを他の人に伝えようとする積極的な姿勢が見られる。また、負の数や文字の導入により、計算を処理することだけでなく、事象の中に潜む数学的な事実を見出そうとしたり、その一般性を説明しようとしたりする姿も見られる。下のは、昨年度、「資料の活用」の単元の最後に行ったレポートである。領域「資料の活用」の指導では、目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められるわけだが、このレポートにおいては、資料として実際のデータからつくられたヒストグラムや代表値を利用して、1994年の8月と2012年の8月のどちらが暑い8月だったのかを意見したものである。

この生徒は、ヒストグラムの形を見て分布を根拠にして、2012年の8月のほうが暑かったとしている。また、モード(最頻値)の違いや、累積度数の違いなど、統計的な根拠を明示して、判断をすることができている。既習の数学を基にして、性質を見出す活動といえる。こういった活動を単元を通して行い、レポートでまとめることにより、学んできたことを総括的に考察することを行ってきた。生徒のまとめにもあるように、多くの生徒が、「夏の暑さ」というものを統計的な見方でみて、判断をすることができていたことは大きな成果だと考える。数学的活動の充実にもつながり、学びとしても有効であろう。最後のまとめからも何をもって、どのような状況を見ることができているのかについても確認しているのが見られた。

こうした学びの成果を受けて、2学年では、自分の考え方が、他者に対してどのように伝わっているのかについて振り返って考えてみたりするなど、自分の意見や考えの伝え方についてもう一度考えてみることで、自分の考え方について精選したり、磨きあげたりすることが必要なのではないかと考えた。よりよい解決方法や表現であったかどうかを振り返って考えてみることで、自分の考え方やその過程をもう一度見直したり、視点を捉えなおしたりすることができる。そして、他者に伝えようという意欲とその方略が、数学的な見方や考え方を軸とした思考や判断を促し、問題を解決するにあたっての効力感として自分の中に位置づけられるだろう。こうしたことを本学年の学習において実践していくことが、数学科研究主題にせまることを意味し、本校のねらう生徒の姿へと近づけることができるだろうと考えた。

(2) 教材観

学習指導要領では、2学年の領域「D 資料の活用」の内容(1)で、「不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それを用いて考察し表現することができるようにする。」としている。



2012年の8月の方が暑かたといえる。
→ 2012年の方が範囲(レンジ)がせまく、暑さが26℃~36℃のところに集中している。
また、モードも1994年の8月よりも高い。
さらに、2012年は、全ての日が25℃をこえているから、暑いといえる。

図1 生徒のレポートから

「暑い」という状況は、平均値を見ただけでは判断できません。「暑い」といえる状況は、範囲がせまく、高い気温に集中していることや、最頻値が高い状況を確認し、初めて判断できると思います。▲ヒストグラムで見て、範囲が同じでも、その最頻値を求めることで、明確に「暑い」という状況が分かります。

図2 レポートのまとめ

小学校算数科では、第6学年で、具体的な事柄について起こり得る場合を順序良く整理して調べることを学習している。中学校第1学年においては、相対度数は、全体の（総度数）に対する部分（各階級の度数）の割合を示す値で、各階級の頻度とみなされることを学習している。

これらの学習に立ってこれまで確定した事象を表すのに用いられてきた数が、不確定な事象の起こりやすさの程度を表すためにも用いられていることを知り、確率を用いて不確定な事象をとらえ説明できるようにすることが本単元の大きなねらいとなる。

こうしたことを受けて、本単元では不確定な事象を数学的確率と統計的確率の両面から見ていき、その比較や使用する場面について、日常の事象と関連させながら考えさせていく。数学的確率と統計的確率についてのとらえは表1のようになる。

表1 数学的確率と統計的確率のとらえ

	数学的確率	統計的確率
意味	均質で正確に作られたサイコロの目の出方のように、計算で求められる確率	男子の生まれる確率のように、統計によって初めて知ることができる確率
定義	ある試行において、起こりうるすべての根元事象が同程度に確からしいとき、標本空間の要素の数を $n(U)$ とし、ある事象 A に含まれる根元事象の数を $n(A)$ とするとき、事象 A の起こる確率 $P(A)$ は $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$ となる	同じ試行を n 回繰り返して、事象 A が r 回起こったとき、比の値 r/n を事象 A の相対度数という。このとき、十分大きい n に対して相対度数 r/n が一定の値 p に近づくならば、この p を統計的確率という。

方程式を解くことや図形の性質を証明するなど、中学校の数学において、答えや結論が明確に定まることが数学的な考察のよさと考えられがちではあるが、事象における全体の把握や理解が難しいことや結果が偶然に左右されるような不確定な事象について根拠を明らかにしてとらえていく営みも数学の学習においては大切なのではないかと考える。その中で、統計的確率については、多数回の試行を実験によって行うことで、値がある値に近づいていくことの実感からの大数の法則の理解、もしくは値の収束から数学的確率の正しさや適合性を図るものとして扱われているのが現状である。このことは“同様に確からしい”という保証を得た事象を扱う場面でのことであるとは言うまでもないだろう。しかし、確率は私たちの生活や社会の中で様々な期待を表すものとして使われている考え方でもある。よって、確率の数値が表す意味を理解するとともに、具体的な事象に関わる何らかの予測や判断を行うために用いられていることも確率を有的にとらえる大切な視点であるといえる。そこで、本単元では、数学的確率と統計的確率のあり方や関わり方について、学習の計画に組み込み、その相互的な学びから、確率というものを日常の生活において有効的なとらえと理解を目指していく。

統計的確率を用いる際、先に述べたような“同様に確からしい”ことがいえる事象について、統計的確率が起こり得る場合の数である数学的確率の確証を助けるものとなっているだろう。しかし、確率が事象に関する予測や判断を行うためには“同様に確からしくない”事象についても取り上げることが必要ではないかと考えた。つまり、多数回の実験や観測に基づくデータから事象が起こる傾向を調べていくような統計的確率の考え方の学びが重要になってくるのである。現代社会は、グローバル化やITの発展によるインターネットなどの普及で大量のデータが行き交い、誰もが多量なデータを取り出すことができるビッグデータ時代である。そのような社会において、データから求められる統計的確率を事象の予測や判断に用いることを単元に組み込むことで、数学的確率と統計的確率のよさを感じさせ、不確定な事象を数学的な根拠をもって判断していこうとする生徒を育成するための単元のデザインを構築し、実践していくことが必要である。

(3) 学びの自覚化について

数学科では前次研究を受けて、「自ら学びを築く」という視点を取り入れることになった。このことを実現していくために、「①問いをもつこと、②よりよく解決すること、③解決したことを価値づけること」の3つを有機的に機能させることを重要視している。これに関わって、本校の研究のキーワードである「学びの自覚化」については、課題化、言語化について強調していく。

①本単元における学びの自覚化をすすめる“課題化”の営みについて

課題化については、生徒が問題の何が“問題”であるのかを理解し、「解いてみたい」という内発的なも

のである。これは解答を示すことへの必要感でもあり、学習者が、学習に対して主体的に向き合うことへの意欲でもあるだろう。本単元では確率を数学的確率と統計的確率の両面から迫ることで確率の持つ意味だけでなく、事象の予測や判断に対しての有効性についての感得をねらうものである。よって、確率を求めることが目的ではなく、確率の考え方を使うことでどのようなことがいえるのかにつながるように、調べた確率の値を使って判断することが必要になる問題の設定していく。そこで、表2のような小単元を設定し、テーマにそって、単元の指導に当たっていく。このようなテーマにそって単元の学習を進めることで、確率の意味や求めることにとどまらず、それをを用いて問題を解決したり、説明したりする学習としていく。

表2 小単元ごとのテーマと数学的確率と統計的確率の関わり

小単元	テーマ	
I 確率の意味と その確率の求め方	<ul style="list-style-type: none"> サイコロの1の目は、「6回振って1回は出る」って本当かな？ 遠足の日が9月12日がふさわしい？ 確率の求め方 あなたは監督!!選手にどんな指示を出すべき？(本時) 先手必勝?それとも、残り物は福がある? 	数学的確率と 統計的確率と の関わり 数学的確率 統計的確率 数学的確率
III 確率を用いて判断すること	<ul style="list-style-type: none"> どの予報士の天気予報を信じる? 誰からも文句がでないプレゼント交換(ミニレポート) ～モンモール問題～ 信じるのは勘?それとも数学?～モンティホール問題～ 	数学的確率 数学的確率 数学的確率と 統計的確率

②本単元における学びの自覚化をすすめる“言語化”の営みについて

先述したように小単元でのテーマを明確にして、単元を進めていくがすべての小単元・テーマに共通することは、確率を求めることが目的ではなく、確率を用いて問題の答えやその根拠を説明していくことである。確率は不確定な事象を扱うことから、人間の感覚的なとらえが先行したり、イメージ化されることがあるだろう。これを数値化することにより、見えにくいもの見えやすくなるというような視覚的にも他者に伝えやすいものになる。こうすることで確率の有用性を感じ、確率という数学的事実を根拠にして説明し、伝えようとするようになるだろう。また、こうした営みをもう一度振り返ってみることで、表現を吟味したり、より伝わるように改善したりすることにもつながり、自分の思考や表現を磨き上げていこう。そして、この一連の活動から、自分自身の学習のプロセスを自己評価し、自分自身で次の学びを進めていこうとする意欲をもつことにつながると考える。これが自己効力感であり、この感得が、次の自分自身を前へ進め、社会の一人としての自分がどう行動していけばよいかを方略的に考えさせるものになるだろうと考える。

3 単元の指導目標・評価規準

(1) 指導目標

不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それをを用いて考察し、表現できるようになる。

(2) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

- 確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することに関心を持ち、問題の解決に生かそうとする。

【数学的な見方や考え方】

- 問題を解決するために、確率を用いて不確定な事象の起こりやすさの傾向をとらえ説明することができる。

【数学的な技能】

- 問題を解決するために起こり得るすべての場合を求めたり、確率を求めたりすることができる。
- 不確定な事象をとらえるのに、データを用いて、相対度数に表して考察することができる。

【数量や図形などについての知識・理解】

- 確率を用いて問題を解決する手順を理解している。

4 単元の指導計画と評価計画（10時間）

(1) 学習内容と評価計画

(本時：8/10時間)

時数	学習内容	関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
1 2	◇確率の必要性と意味 (2時間) ・確率の意味 ・多数回の実験や観察の結果から確率を考えること	○事象の起こる割合に関心を持ち、観察、操作や実験を通して、その割合を数で表そうとしたり、その結果を用いて事象について振り返って調べようとしたりしている。	○多数回の試行の結果から、事象の起こりやすさの程度をよみとることができる。 ○多数回の試行から求めた確率と、同様に確からしいことをもとにして求めた確率を比べ、その関係を考えることができる。	○多数回の試行の結果から相対度数を計算し、確率を求めることができる。	○確率の意味を数学的確率と統計的確率の2つの視点で理解している。
3 4 5 6	◇確率の求め方 (4時間) ・同様に確からしいことの意味 ・場合の数からの数学的確率 ・確率 p の範囲が $0 \leq p \leq 1$ であること ・起こりうる場合を、表や樹形図を利用して全部あげ、確率を求めること	○事象の起こりやすさに関心を持ち、場合の数を求めて確率を考えようとしている。 ○くじのあたりやすさとくじをひく順番との関係に関心を持ち、予想したり、確率を求めて確かめようとしたりしている。	○同様に確からしいことをもとにして、確率の求め方を考えることができる。 ○確率の値が1や0の場合について、その意味を説明することができる。 ○求めた確率を用いて、事象について振り返って調べようとしたりしている。 ○くじのあたりやすさとくじをひく順番との関係について、自分の予想や、確率を求めて確かめた結果について説明することができる。	○樹形図や表をかくことによって、起こりうるすべての場合を求め、同様に確からしいことをもとにして確率を求めることができる。	○確率の求め方を理解している。 ○確率を求めるときの樹形図や表の意味やその利用のしかたを理解している。 ○同様に確からしいことの意味を理解している。 ○確率の値が1や0であることの意味や、確率の値の範囲について理解している。
7 8 9	◇確率を用いて判断すること (4時間) ・あることがらの起こらない確率 ・データからみる確率 ・いろいろな確率の求め方	○あることがらの起こらない確率について関心を持ち、その求め方を考えようとしている。 ○相対度数を予測や判断の根拠として事象をとらえようとしている。	○あることがらの起こらない確率の求め方を考えることができる。 ○事象の予測や判断について、データをもとに相対度数を求め、事象をとらえ、説明することができる。	○あることがらの起こらない確率を求めることができる。 ○やや複雑な確率を、表などを利用して求めることができる。	○あることがらの起こらない確率の求め方を理解している。 ○事象についての予測や判断について事象をとらえるとき、確率を用いることができることを理解している。
	ミニレポート				
10	基本の問題 章の問題				
11	単元テスト				

5 本時について

(1) 主題 「もしもあなたが監督だったら・・・, どのような指示を出しますか」

(2) 指導目標

本時は、データを利用して相対度数を算出し、統計的確率として扱うことで起こり得ることを予測し、事象をとらえ考察していこうというものである。予測や判断においては確率をどのように用いていけばよいのか、数学的確率と統計的確率の関わりはどうなっているのかなどの解決の見通しを大切にしていく。計算された相対度数を統計的確率として見たとき、課題を解決するためにはそれをどのようにとらえなおすことができるのかについて考察することを重要視する。そのことから、統計的確率が判断の根拠となり得ること、さらに数学的な見方や考え方の面から適切なものであることを感得し、事象をとらえていく際の確率のよさについて考えていくことがねらいである。

(3) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・不確定な事象について、それに関わる資料から確率を見出し、それを予測や判断の根拠として用いて事象をとらえようとしている。

【数学的な見方や考え方】


・事象について、データをもとに相対度数を求め、それを予測や判断の根拠として用いて事象をとらえ、説明することができる。

【数量や図形などについての知識・理解】

・事象についての予測や判断について事象をとらえるとき、確率を用いることができることを理解している。

(4) 指導の構想

導入では、前時に紹介したプロ野球の坂本勇人選手（読売ジャイアンツ）を提示する。紹介する内容は下の通りである。この資料から、坂本選手がどんな選手であるかを聞く。最多安打ヒット多く打つなど、打者としてチームの中心であり、球団を代表する選手である。様々な項目があるが、生徒はこの選手が、ヒットをよく打つ選手であることを読み取りと予想される。そこで、坂本選手に対しての対策にはどのようなことが考えたアンケート結果を紹介する。アンケートから「打たせないための対策」「打たれたときの対策」の2点に分けられ、ピッチャーなど様々な視点に立って考えることが予想される。その中で、守備に視点を置いた「打たれたときの対策」について取り上げる。野球のルールが分からない生徒もいることから、守備の位置について紹介し、ボールを取ることができれば、アウトにしやすいくことを教師側から伝える。そうした場合にどんなことを考えることができるかを問うと、守備位置を変えて守ることを対策としてあげるだろう。ここで下のよう

<p>坂本 勇人 (さかもと はやと)</p> <p>1988年12月14日生 身長185cm 体重80kg 右投右打 光星学院(青森県)出身 所属チーム:読売ジャイアンツ 背番号6 ポジション:内野手</p> <p><2012シーズンの成績> 試合数 144試合出場(セリーグにおいて1位) ※全試合においてスタメン出場 打率 .311(セリーグにおいて第2位) 安打 173本(両リーグ最多安打数で表彰される) 二塁打 35本(セリーグにおいて第1位)</p>	
---	---

【問題】

もしも、あなたが野球チームの監督だったら・・・

坂本選手に打順がまわり、バッターボックスに坂本選手が立ちました。今、ランナーはいません。あなたは監督。守備する選手たちにこれから“坂本選手対策”の守備位置を指示します。守備位置についてどのような指示を出しますか？

問題について、「聞かれていること」「わかっていること」について確認をする。この問題では、坂本選手の対策として、守備位置がどうあればよいかについて答えることが「聞かれていること」である。場面として、生徒が坂本選手と対戦するチームの監督であるという設定である。さらに、わかっていることとして、坂本選手についての打率や安打数など先に提示した資料にある内容についてあげるだろう。これらのことを確認して、本時の学習課題を提示する。

5.3	2	2.6	0.4	2	1.3	8.1	8.1	5	2.9	25.9	10.1	8.6	48.7	17.5
13	5.3	4.6	2.4	3.3	2	26	6.4	5.9	3.7	19.1	11.6	8.3		
4.6	7	2.6	3.3	2.2	2	12	6.1	4.6	2	9.2	6.6	0.7	25.0	8.8
2.6	4.8	3.9	1.8	3.1	1.1	3.3	3.9	2.2	0					
1.5	5	2	2	0.7	0									
0.9	1.8	1.8	0.9	0	0									

図6 区分ごとのデータの相対度数による確率（%表示）

守備位置を決めていく際に、どのような区分で当てはめていくとよいのかについて検討させる。例えば9つに区分したものを使ったとき、図8のように守備位置を変えるという考えができる。これは、区分ごとの確率をみたときレフト側によっていくこと、またレフトもホームベースに向かって左下にずらしていくことが考えられる。確率がより高い区分に合わせることを根拠として、守備位置をずらしていくことができるという考えを持たせることにより、確率を用いた予測と判断をさせる活動を展開する。

この活動では、守備位置を考え、説明するのに適した区分を自分自身で選び出すわけだが、36分割、4分割の区分について取り上げる生徒は少ないと考えられることや区分どうしの確率の和で考える生徒もいると予想される。自分の説明や主張に合わせて選択する中で、説明に適さない区分についても、その理由や考えを述べられるようにしたい。

こうして、統計的なデータから得られる確率を利用することは、これから起こることを予測したり、判断したりする根拠となることをまとめる。

終末では、本時において確率を利用することでこれから起こることを予測したり判断したりすることができることを確認する。また、統計的確率と数学的確率との関わりにも触れ、物事の起こる傾向について、データを使って確率を表現し、それを用いて意見していく統計的確率のよさについてもまとめていく。

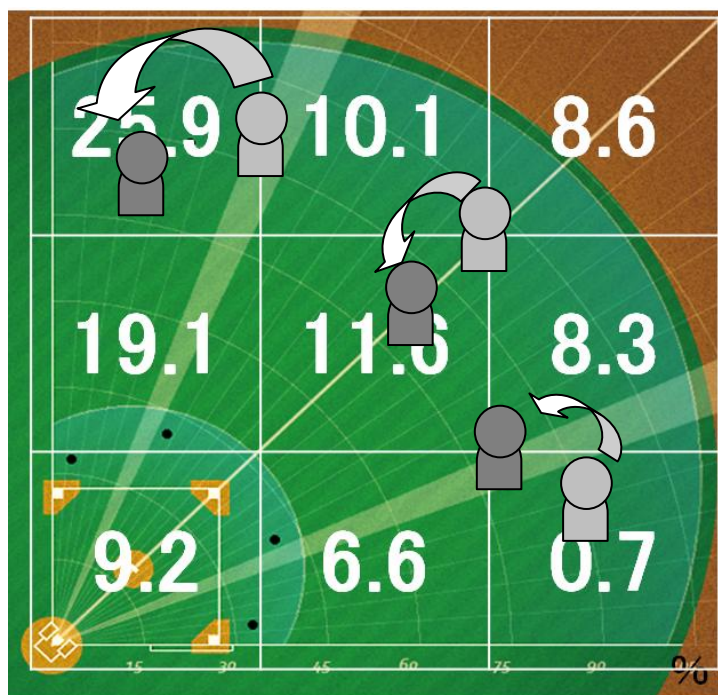


図8 確率を用いて守備位置を決める

(5) 本時の展開

段階	学習活動及び学習内容	時間	■学びの自覚化との関わり
導入	<p>0 前時の確認をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> 前時に紹介した読売ジャイアンツの坂本選手について確認する。 坂本選手の対策で考えられることをアンケートをもとに確認する。 <p>1 課題を把握する</p> <ul style="list-style-type: none"> 問題をよみ、「きかれていること」「わかっていること」を確認する。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>もしも、あなたが野球チームの監督だったら・・・</p> <p>坂本選手に打順がまわり、バッターボックスに坂本選手が立ちました。今、ランナーはいません。あなたは監督。守備する選手たちにこれから“坂本選手対策”の守備位置を指示します。守備位置についてどのような指示を出しますか？</p> </div> <p>2 本時の学習課題を設定する</p> <ul style="list-style-type: none"> 学習課題を提示する。 <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px 0;"> <p>“坂本選手”対策の守備位置を考えよう</p> </div>	10分	<p>■学びの自覚化との関わり</p> <p>■既習や今わかっている諸条件をとらえ、本時の自分の目標をとらえる。</p>
展開	<p>3 守備位置を決めるための視点や方法の見直しを考える</p> <ul style="list-style-type: none"> より多くの打球が飛んでくるところを守備位置とするという考えから、確率を用いて判断できそうなことを確認する。 場合の数を考える数学的確率とデータから判断する統計的確率のどちらを利用できそうかについて話し合う。 この場合、統計的確率を利用するため、データの必要性を確認し、打球落下点10データを紹介し、区分データを見せる。(図3) 守備位置を決めるのには不十分でありそうなことに気づき、もっと大量のデータが必要であることを提案する。 <p>4 予想の根拠を確認する</p> <ul style="list-style-type: none"> 区分データ(図4)では度数の重なりがあるために、打球の集まりを確認しづらい。このデータが点でのデータではなく、度数を表していないことに気づく。 数値での表記に変えたもの(図5)を見て、守備位置を考える。この時の数値を全データでわって算出されたものが相対度数であり、統計的確率である。表示はわかりやすくするために百分率での表示とする。 <p>5 対策としての守備位置を考える</p> <ul style="list-style-type: none"> 区分ごとのデータを自分で再構成し、守備位置を考えるための区分を考える。(グループで) 考えた区分で確率を計算し、グラウンドを重ね合わせ、守備位置がどうあるべきかを話し合う。(図8) 自分の考えた守備位置を発表する。 <p>6 確率を利用することでどのようなことを考えることができたかについて振り返る</p> <ul style="list-style-type: none"> 自分の考えをノートにまとめる。(監督としての指示) データを用いた確率を利用することで守備位置を予測し、判断できたこと過程を振り返り、データを用いた確率のよさを確認する。 本時で進めてきた方法で予測するとき、どんなバッターだと対策が立てづらいか考える。 	38分	<p>■既習である数学的確率と統計的確率のどちらがふさわしいか状況から見通していく</p> <p>■自分の説明と合致する区分を考えることで、他者への伝え方を考える。</p> <p>■確率の考え方を使うことで、事象の予測や判断ができることをまとめ、振り返ることで、統計的確率を用いることのよさを感得する。</p>
終結	<p>7 学んだことを振り返る</p> <ul style="list-style-type: none"> 場合の数で考える確率とデータを用いた確率はその状況によってそれぞれで使うことのよさがあることをまとめる。 実際にスポーツの世界ではこのように予測や判断を確率で行い、チームや監督、選手をサポートしている人がいることを紹介する。 	2分	