

数学科学習指導案

日 時 平成27年6月4日（木）公開授業 I
学 級 岩手大学教育学部附属中学校
3年D組 39名
会 場 2C・2D教室
授業者 藤井 雅文

1 単元名 関数 $y=ax^2$

2 単元について

(1) 生徒観

関数の学習について、レディネステストを行った。

Q1. 次の言葉の意味を説明しなさい。「変化の割合」

A1：正しく記述	10人
A2：求め方だけを記述	12人
A3：1次関数の a の値、傾き	7人
A4：それ以外の誤答・無答	10人（誤答7人、無答3人）

Q2. 1次関数 $y=3x+2$ において、 x が2から4まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

A1：正答	24人
A2：誤答・無答	15人（誤答14人、無答1人）

という結果であった。反比例の変化の割合を求める問題では、正答者は10名のみであった。

また、2つの数量の関係について、式で表せたり、一定の規則性を見いだせたりしないと関数とは言えないと考えている生徒が多いことも分かった。関数領域に関する、基礎的な知識や技能が定着していない生徒が多いという実態を踏まえ、既習事項とのつながりを確認しながら丁寧に指導する必要がある。本単元を通して、関数を用いて事象を考察することのよさを改めて考えさせたい。

(2) 教材観

これまでの学習では、具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例や反比例、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を高めてきた。

単元の導入では、ジェットコースターで急降下する様子から、これまでの比例や反比例、一次関数で表すことのできない2つの数量について考える。関数の定義を確認し、関数関係にあるが、式に表すことが難しい2つの数量について、表とグラフを用いて考察させる。既習の関数以外にも、さまざまな関数関係があることを実感し、関数 $y=ax^2$ や指数関数等の学習への意欲付けとしたい。

1節「関数 $y=ax^2$ 」では、これまでに学習した関数と比較させ、関数 $y=ax^2$ の特徴を明らかにする。変化と対応を丁寧に考察し、 x の値が増加したときの y の値の変化の様子や、グラフの形、変域や変化の割合について考えていく。表、式、グラフを利用して説明する場面を大切に、しっかりと理解を深めさせたい。それにより、活用の場面において、2つの数量の関係を、既習事項を生かして考察できるようにしたい。

2節「いろいろな関数」では、指数関数や階段状のグラフになる関数について学習する。これまでの学習を生かし、変化や対応の様子から、それぞれの関数の特徴を説明させる。そして、変化の大きい関数や、一定区間変化しない関数も存在することを確認し、今後学ぶであろう、まだ見ぬ関数との出会いを期待させたい。

(3) 学びの本質に関わって

第3学年の関数指導では、日常で経験する具体的な事象の中から、比例、反比例、一次関数以外の代表的なものとして関数 $y=ax^2$ を取り扱う。3年間の関数指導のまとめとして、日常とのつながりを実感させる中で、事象を関数的にとらえることのよさについて考えさせたり、高校数学における関数の学びの基礎となる知識・技能の確かな定着を図ったりすることが求められる単元である。

たとえば、本時でも扱う変化の割合は、高校数学では微分の平均変化率とつながる内容であり、区間を狭めて考えるという方法は、微分係数を求める考え方につながるものである。生徒の興味関心を高める題材として本時で取り上げる「瞬間の速さ」について考察することも、この系統性を意識した指導の一環である。

事象の中に関数関係を見だし考察することにより、「未知の状況を予想することができる」「より考えやすいものに移しかえて解決を図ることができる」といった、関数的な見方や考え方のよさが分かるような

指導を意識した授業を単元を通して展開したい。

日常の事象から取り出した2つの数量の関係を考察し関数関係を見いだすこと、その関数の特徴を考察し、日常の事象を解決するために活用することは、これまでの関数の学習でも行われてきた。さまざまな関数を学ぶことで、考察できることがらが増えていく実感を持たせることで、日常生活の中で数学を活用しようとする姿勢・態度をはぐくんでいきたい。

3 単元の指導目標及び評価規準

(1) 指導目標

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

(2) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

様々な事象を関数 $y=ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用しえたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

関数 $y=ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

関数 $y=ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。

【数量や図形などについての知識・理解】

事象の中には関数 $y=ax^2$ などとして捉えられるものがあることや関数 $y=ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けている。

4 単元の指導計画及び評価計画 (本時 9/12)

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方・考え方	技能	知識・理解
1 2	とびら ・関数 $y=ax^2$	・関数 $y=ax^2$ に関心を持ち、具体的な事象の中から関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。	・具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。	・関数 $y=ax^2$ の関係を式で表すことができる。 ・関数 $y=ax^2$ の関係を表す式に数を代入し、対応する値を求めることができる。	・関数 $y=ax^2$ の意味を理解している。 ・2乗に比例することの意味を理解している。
3 4 5 6 7 8	・ $y=ax^2$ のグラフ ・関数 $y=ax^2$ の値の変化	・関数 $y=ax^2$ の特徴に関心を持ち、表、式、グラフを用いて考えようとしている。	・関数 $y=ax^2$ の特徴を、表、式、グラフを相互に関連付けるなどして、見いだすことができる。	・関数 $y=ax^2$ の関係を表、式、グラフで表すことができる。 ・関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができる。	・関数 $y=ax^2$ の特徴を理解している。
9 (本時) 10	・関数 $y=ax^2$ の活用	・関数 $y=ax^2$ を用いて、具体的な事象を捉え説明することに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。	・具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が関数 $y=ax^2$ であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴を捉え、説明することができる。 ・具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y=ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。 ・関数 $y=ax^2$ を用いて調べたり、予想したりした結果が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。	・関数 $y=ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。	・具体的な事象の中には、関数 $y=ax^2$ とみなすことで変化や対応の様子について調べたり、予測したりできるものがあることを理解している。
11	いろいろな関数	・いろいろな事象と関数に関心を持ち、表や	・具体的な事象の中から見いだした関数関係	・具体的な事象の中から見いだした関数関係	・具体的な事象の中から見いだした関数関係

		グラフなどで表したり、その特徴を考えた りしようとしている。	を既習の関数関係と比 較し、その特徴を考え ることができる。	を、表やグラフなどで 表すことができる。	には、既習の比例、反比 例、一次関数、関数 $y=$ ax^2 とは異なるものが あることを理解してい る。
12	単元テスト				

5 本時について

(1) 主題 「関数 $y=ax^2$ の利用」

(2) 指導目標

- 既習である平均の速さの考え方をもとに、瞬間の速さについて考察させる。
- $y=4.9x^2$ という式から、さまざまな情報を導くことができるという、数学のよさを実感させる。

(3) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

関数 $y=ax^2$ を用いて、具体的な事象を捉え説明することに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。

【数学的な見方や考え方】

具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y=ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。

(4) 指導の構想

本時の問題として、バンジージャンプを取り上げる。バンジージャンプは教科書にもある題材である。本時は、生徒に速さについて考えさせたいが、実際の映像を見せることで、時間とともに変わっていることがらとして、高さや速さに着目することができる題材であると考えられる。

導入では、自由落下を表す式として、 x 秒間に y m 落下するとしたとき、 $y=4.9x^2$ という関係が成り立つことを紹介し、この式からどんなことが考察できるかを考えさせる。 x と y の関係に着目し、落下時間が決まれば落下距離が決まることや、その逆について考える生徒は多いだろう。さらに、速さに着目させ、最高速度は時速何 km になるのだろうかという疑問を持たせたい。また、既習事項である、みなすということの意味や、平均の速さが、その区間における平均の速さであって、区間内でも常に速さが変わっていることを確認する。

展開では、既習事項をもとにして解決に向けた方針を考える。これまでの学習では、表、グラフを用いて、時間が経つと、速さはだんだん速くなっていくことを考察してきた。まずは、同じように、3秒後から4秒後までの平均の速さを考える。ここで、時速に換算し時速 123.48km に達していることを求めるが、ここまですべて既習事項の確認に過ぎない。1秒の中でも、刻々と速さが変わっていることから、もっと詳しく調べる方法を考えさせる。前時に、4秒間の平均の速さよりも、1秒ごとの平均の速さのほうがより詳しい速さを表していたことを想起させ、区間を狭くするという考えを引き出したい。

まず、区間を 0.1 秒として調べる。電卓を用いて、3.9 秒後から 4 秒後の場合の平均の速さを求める。時速 139.356km となり、3 秒後から 4 秒後までの平均の速さと比較し速くなっていることを確かめる。さらに区間を狭くすることで、速くなりそうなこと、また、狭くしていくと、平均の速さはどこまでも速くなるのか問いかけ、ある一定の速さにしかならないであろうことを予想させる。そして、区間を 0.01 秒、0.001 秒と狭めていく。Excel で計算し、それらの結果を並べることで、39.2 に限りなく近くなりそうなことを確認する。ものすごく短い時間で考えるということは、区間がほぼ 0 に近くなるということであり、その瞬間の速さといえそうなことを押さえたい。

終末では、本時の数学的価値を振り返るとともに、時間や速さを変えて自由落下について、自由に考察する時間を設ける。本時で考察したことや、本時の学習内容に加え、関数を用いて物体の速さを考察することが、日常で役立つ場面について考えさせたい。

(5) 本時の展開

階	学習活動及び活動内容	時間	学びの本質との関わり
導入	1. 問題提示 雅文君が、バンジージャンプに挑戦します。日本で一番高いバンジージャンプは、茨城県竜神大吊橋にあります。 物体が重力以外の外力を受けずに落下することを自由落下といいます。物体が、 x 秒間に ym 落下するときの式は、 $y=4.9x^2$	10	<ul style="list-style-type: none"> 日常の事象を、関数 $y=ax^2$ を利用して考察する。 外力として、空気抵抗

	<p>で表されます。</p> <ul style="list-style-type: none"> 実際の映像から、知りたいと思ったこと、疑問に思ったことを自由に出させる。 それらが、数学を用いて考察できることがらなのか考える。 映像から、落下時間を調べ、およその落下距離を求める。 <p>2. 課題設定</p> <ul style="list-style-type: none"> 速さに着目し、速度がだんだん速くなっていることから、最高速度は時速何 km に達するだろうという疑問を引き出す。 		<p>や風が考えられるが、理想化、単純化することで、数学を用いて考察することができる。</p>
展開	<p>4 秒後の速さは、時速何 km になっているか考えよう</p> <ul style="list-style-type: none"> これまでの学習で、表やグラフを用いて速さを考えてきたことから、1 秒ごとの平均の速さを確認する。 グラフの傾きが平均の速さを表していたことから、傾きがどのように変化しているのか確認する。 1 秒ごとの平均の速さでは、3 秒後から 4 秒後までがもっとも速い。秒速 34.3 m = 時速 123.48 km この速さが、4 秒後の速さなのかを問い、もっと、区間を狭くして調べることで、より正確な 4 秒後の速さを調べられるという見通しを持たせる。 <p>4. 課題解決</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 秒間よりも狭い区間として、0.1 秒間を考え、3.9 秒後から 4 秒後までの平均の速さを、電卓を用いて求める。 秒速 38.71m = 時速 139.356km さらに範囲を狭め、3.99 秒後から 4 秒後までの平均の速さを Excel で計算し示す。秒速 39.151m 0.001 秒間や 0.0001 秒間の区間も同様にする。 ⇒ それらの結果から、39.199…、つまり 39.2 に限りなく近くなると考えられる。秒速 39.2m = 時速 141.12km 時間の幅を狭めていくことで、その瞬間の速さを考えられることを確認する。 	30	<ul style="list-style-type: none"> 前時の、区間をいろいろと変えて平均の速さを比較したことをもとに、1 秒間よりも狭い区間に目を向ける。 時間の幅を狭めて考えることで、これまでとは違った速さについて考察できる。
	<p>5. 振り返り</p> <ul style="list-style-type: none"> 時間の幅を狭めることで、とても短い時間における平均の速さ、つまり瞬間の速さといえるものを求めることができる。 本時の考え方を利用すれば、落下時間や落下距離が分かれば、そのときの速さを求めることができる。 ⇒ 時間や高さの条件を変えたとき、どういう速さになるのかという疑問を持たせる。 ⇒ 物体の速さについて考えることが、どういうことに役立っているのかについても考えさせる。 	10	<ul style="list-style-type: none"> $y = 4.9x^2$ という式から、瞬間の速さまで考えることができることを振り返る。
終末			

【板書計画】

問題	落下時間 ⇔ 落下距離	4 秒後の速さは、時速何 km になるか考えよう
	およそ およそ	(表)
	4 秒 78.4m	3 秒後から 4 秒後の平均の速さ
	☆速さ	$\frac{4.9A \cdot 4^2 - 4.9A \cdot 3^2}{4 - 3}$
	・もっとも速いときの速さ	
	・時間が経つほど速くなる	
	⇒ 4 秒後がもっとも速い	方針 時間の幅をさらに狭くして考える

平均の速さ

3.9 秒後から 4 秒後 秒速 38.1m

3.99 秒後から 4 秒後 秒速 39.151m

↓かぎりなく近づく

秒速 39.2m

4 秒後の速さは、およそ時速 141km

(生徒が考察した内容を取り上げる)