

# 数学科学習指導案

日 時 平成26年6月5日(木) 公開授業 I  
学 級 岩手大学教育学部附属中学校  
3年C組39名  
会 場 3B3C教室  
授業者 藤 井 雅 文

## 1 単元名 多項式

## 2 単元について

### (1) 生徒観

先日行った事前調査では、2年の学習内容である「5つの続いた整数の和は、5の倍数になります。このわけを、文字を使って説明しなさい。」という問題の正答率は84%（正答38名中32名）という結果であった。

また、「文字を利用して説明することのよさは何ですか。」という質問に対しては、

- ・一般性を簡潔に説明できること。
- ・数だと例外があるかもしれないが、文字には例外がない。
- ・文字を利用することで、いつでも成り立つことを証明することができる。

という回答が得られた。「一般性」や「簡潔さ」といった、よさについて、ほぼ全員が記入していた。これまでの学習を通して、文字を用いて事象を表現したり、読み取ったりする能力が高まっているといえるし、文字を利用することのよさを理解しているといえる。

その一方、同じく、「おうぎ形の面積と弧の長さを求める公式から、 $S = \frac{1}{2}lr$ が成り立つことを示しなさい。」という問題の正答率は32%（正答38名中12名）という結果であった。これは、目的に応じて式を変形するということに対する習熟が、まだ不十分であることを示している。

本単元では、速算法の考え方や、幅一定の道路の真ん中を通る線の長さや面積の関係がいろいろな図形で成り立つことの証明等を通して、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばしていきたいと考えている。また、文字を利用することのよさについてより理解を深めさせるとともに、これまでの学習を利用して、さまざまな問題が解決できるようになったという実感を持たせたいと考えている。

### (2) 教材観

学習指導要領では、3学年の領域「A 数と式」の内容(2)で、「文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。」とし、その(ウ)では、「文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明すること。」を重視している。

第1学年では、「数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり読み取ったりすること。」、第2学年では、「文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。」「目的に応じて、簡単な式を変更すること。」を目標に学習を進めてきた。

第3学年では、これらの学習の上に立って、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりする能力を伸ばすことが、本単元のねらいである。

### (3) 学びの自覚化について

本校数学科では、教科研究主題を「自ら学びを築き、数学的に考え判断できる生徒の育成」とし、研究に取り組んでいる。「数学的に判断する力」とは、事象を数学的な根拠をもとに考察して結論を導いたり、

ある結論を数学的に分析して評価したりする力ととらえている。また、「自ら学びを築く」とは、数学の学習において、①問いをもつこと、②よりよく解決すること、③解決したことを価値づけること、の3つが有機的に機能されることで実現されるととらえている。

本単元では、「本当にそうなのか」「いつでもそうなのか」といった批判的思考を大切に学習を進めてきた。展開や因数分解の計算では、単に公式を覚えて当てはめるのではなく、既習をもとに公式を導くこと、問題に応じて適切に公式を用いることを意識して指導してきた。

式の計算の利用では、2桁の自然数の積について、 $(ax+b)(cx+d)$ を用いてインド式計算の方法が成り立つ理由までを考えさせた。また、幅一定の図形の問題では、正 $n$ 角形の外部にできる図形の場合までを考えさせる。生徒観でも述べたように、本校の生徒は、これまでの学習を通して、文字を用いて、事象を表現したり、読み取ったりする力を伸ばしてきた。それを踏まえ、目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりすることの価値を実感させたい。

そして、これまでの学習を通して、さまざまな事象を、文字を用いて表した式を利用して解決することができるようになったとことを実感させ、次の学びへの意欲を高めていきたいと考えている。

### 3 単元の指導目標及び評価規準

#### (1) 指導目標

文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したり、式の意味を読み取ったりすることができる。

#### (2) 評価規準

##### 【数学への関心・意欲・態度】

- ・ 様々な事象を、多項式でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

##### 【数学的な見方や考え方】

- ・ 簡単な多項式についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

##### 【数学的な技能】

- ・ 文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解をしたり、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりするなど、技能を身に付けている。

##### 【数量や図形などについての知識・理解】

- ・ 式の展開や因数分解の意味などを理解し、知識を身に付けている。

### 4 単元の指導計画及び評価計画

(本時：16/18時間)

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方・考え方	技能	知識・理解
1 2	1 多項式の計算 ①多項式と単項式の乗除	・単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法に関心を持ち、それらの計算をしようとしている。	・単項式と多項式の乗法・除法の計算の方法を、具体的な数の計算や既習の文字式の計算と関連付けて考えることができる。	・単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算ができる。	・多項式と単項式の乗除の計算方法を理解している。

3	②多項式の乗法	・多項式の乗法の計算に関心を持ち、既習事項に結びつけてそれらの計算をしようとしている。	・式の展開の仕方を、式を1つの文字に置き換えるなどして、既習の計算に帰着させて考えることができる。	・簡単な一次式の乗法の計算ができる。	・展開の意味を理解している。 ・式を展開する方法を理解している。
4 5 6 7	③乗法公式	・乗法公式に関心を持ち、乗法公式を用いて式を展開しようとしている。	・乗法公式を、相互に関連づけて導くことができる。 ・いろいろな問題を、乗法公式に帰着させて展開することができる。	・乗法公式を用いて、式を展開することができる。	・乗法公式を用いて、式を展開する方法を理解している。
8 9	2 因数分解 ①因数分解	・因数分解に関心を持ち、展開と因数分解の関係について考えようとしている。	・式の展開の逆として因数分解をとることができる。	・共通因数をくくり出して式を因数分解することができる。	・因数や因数分解の意味を理解している。 ・共通因数をくくり出して因数分解する方法を理解している。
10 11	②公式を利用する因数分解	・展開と因数分解が逆の関係にあることに関心を持ち、乗法公式を逆に使って式を因数分解しようとしている。	・乗法公式の逆が因数分解の公式であるとみることができる。 ・いろいろな問題を、因数分解の公式に帰着させて考えることができる。	・因数分解の公式を用いて、因数分解をすることができる。	・公式を用いて因数分解する方法を理解している。
12 13 14 15 16	3 式の計算の利用 ①式の計算の利用	・文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明することに興味をもち、問題の解決に生かそうとしている。	・数や図形の性質などが成り立つことを、数量及び数量の関係をとりえ、方針を明らかにして、文字を用いた式で説明することができる。 ・説明に用いた式の変形を振り返り、数や図形についての新たな性質などを読み取ることができる。	・数量及び数量の関係を、文字を用いた式で表すことができる。 ・乗法公式や因数分解の公式を活用し、目的に応じて式を変形することができる。 ・文字を用いた式の意味を読み取ることができる。	・数量及び数量の関係を帰納や類推によってとりえ、それを文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性和意味を理解している。
17	章の問題				
18	単元テスト				

## 5 本時について

(1) 主題 『いろいろな場合に、 $S = al$  という関係が成り立つか調べよう』(式の計算の利用)

### (2) 指導目標

道幅が一定という条件のもとでは、いろいろな図形の周囲にできる道路でも  $S = al$  という関係が成り立つことの証明を通して、文字を用いた式を利用することの有用感を実感させる。

### (3) 評価規準

#### 【数学への関心・意欲・態度】

- ・  $S = al$  という関係が、いろいろな場合に成り立つことを、文字を用いて説明しようとしている。

#### 【数学的な見方や考え方】

- ・ 道路が直線部分とおうぎ型の部分に分けられること、おうぎ型の部分を集めると円になることを見通し、文字を用いた式を利用して説明することができる。

### (4) 指導の構想

本時では、式の計算の利用のまとめとして、文字を用いた式を利用した証明について学習する。

前時では、道幅が一定( $a$ )の道路であれば、道路の面積( $S$ )と真ん中を通る線の長さ( $l$ )との間に、 $S = al$  という関係が成り立つことについて、直線、円、正方形の場合について式を利用して証明した。

正方形の周囲にできる道路については、まず、どんな形になるのかを考えさせた。円の場合と同じように、道路の外周も正方形になるという予想する生徒が多かったが、道幅一定とはどういうことかを確認し、実際にかかせることで、道路の面積と、真ん中を通る線が直線部分とおうぎ形の部分に分けられることを実感させた。その上で、真ん中を通る線の長さ、道路の面積を、それぞれの直線部分とおうぎ形を集めた円になる部分の和として示すことで証明を完成させた。

本時では、 $S = al$  という関係が、それ以外の図形の周囲にできた道路でも成り立つのかを考えていく。前時の振り返りとして、直線、円、正方形の場合を確認する。そのとき、生徒の前時の感想から「道幅が一定の道路は、いつでも  $S = al$  という関係が成り立つことが、3個の問題で分かりました。」という内容を紹介し、 $S = al$  という関係が、「どんな場合でも成り立つのか」という問いを持たせたい。

学習課題を設定し、まずは、正多角形の場合から考えていくことを確認する。正多角形で  $S = al$  が成り立つことを示すには、正  $n$  角形の場合の証明が必要であることから、そのときの面積( $S$ )と真ん中を通る線の長さ( $l$ )について見通しが持てるかを問う。この段階で正  $n$  角形の場合の証明ができる生徒は数名であると思われる。そこで、まずは具体的な正多角形で考えていくことを確認する。

正三角形、正五角形の場合について、スライドで提示し、道路の形が、正方形の場合と同じように、直線とおうぎ形に分けられること、おうぎ形を集めれば円になることから、正方形の場合と同じように証明できることを確認する。そして、それぞれの面積、真ん中を通る線の長さから、帰納的に、正  $n$  角形の場合について予想させる。ここで、帰納的に見出した規則性を、そのまま正しいとしてよいかを考えることで、改めて証明することの必要性に気付くであろう。

正方形の場合	$S = 4ax + \pi a^2$	,	$l = 4x + \pi a$	,	$al = 4ax + \pi a^2$	,	よって $S = al$
正三角形の場合	$S = 3ax + \pi a^2$	,	$l = 3x + \pi a$	,	$al = 3ax + \pi a^2$	,	よって $S = al$
正五角形の場合	$S = 5ax + \pi a^2$	,	$l = 5x + \pi a$	,	$al = 5ax + \pi a^2$	,	よって $S = al$

↓ 文字式から予想できる

↑ 文字式を利用して証明できる

正 $n$ 角形の場合	$S = nax + \pi a^2$	,	$l = nx + \pi a$	,	$al = nax + \pi a^2$	,	よって $S = al$
-------------	---------------------	---	------------------	---	----------------------	---	--------------

ここでは、予想した式から「 $nax$ 」「 $nx$ 」「 $\pi a^2$ 」「 $\pi a$ 」のそれぞれの項が何を表しているかを確認する。直線部分については、面積も真ん中を通る線の長さも簡単に示すことができること、おうぎ形の集まりとしての円の部分については、本当に円になるかについて証明が必要であることに気付かせたい。そして、

円になることを示せば、 $S = al$  を導くことができるという見通しを持たせたい。

$nax$  … 面積  $ax$  の長方形  $n$  個の面積の合計  
 $nx$  … 長さ  $x$  の辺  $n$  本の長さの合計

⇒直線部分については明らか

$\pi a^2$  … 半径  $a$  の円の面積  
 $\pi a$  … 半径  $\frac{a}{2}$  の円の円周

⇒おうぎ形を集めると円になることは？

自力解決が困難な生徒に対しては、正  $n$  角形の図を提示し、正三角形、正五角形の場合と同じようにおうぎ方の中心角を求めればよいことを確認し、証明を進めさせたい。そして、正  $n$  角形の場合について、予想が正しかったこと、 $S = al$  が成り立つことを確認する。

多角形の場合については、見通しを持たせるところまで全体で確認する。三角形の場合をスライドで提示し、道路の形を考え、正多角形の場合と同じように直線とおうぎ形に分けられること、直線部分については、長さがそれぞれの辺の和になるだけであるため、おうぎ形の中心角の和が  $360^\circ$  になることを示せばよいことを確認する。

レポート課題として、「三角形」の場合について取り組ませる。ただし、「四角形」や「 $n$  角形」に挑戦してもよいこと、本時で学習した「正  $n$  角形」についてまとめた内容でもよいことを確認し、各自の習熟度に応じた内容に取り組ませる。複数の課題に取り組んで欲しいことを伝え、「三角形」で証明できた生徒が、「四角形」や「 $n$  角形」に挑戦することをうながしたい。

終結では、この問題を一般化させた考えについて触れる。中学校で学習した内容を用いて、円や多角形の場合について成り立つことを証明することができたこと、面積や真ん中を通る線の長さを式に表すことができない図形については、今の段階では証明できないことを確認する。また、空間図形において、断面積 ( $S$ ) が一定であれば、体積 ( $V$ ) と断面の中心を通る線の長さ ( $a$ ) との間に、 $V=aS$  という関係が成り立つことを紹介する。

文字式で表すことによって、「規則性から、帰納的に考え予想することができる」「その予想が正しいことを証明することができる」という、文字を利用することのよさを本時の学習を通して実感させたい。また、これまでの学習で、さまざまな事象を考えることができるようになったことや、今後も学びを深めていくことで、解決できる内容が広がっていくことを確認し、今後の学びへの意欲につなげていきたい。

(5) 本時の展開

段階	学習活動及び活動内容	時間	学びの自覚化とのかかわり
導入	<p>1. 道幅が一定(<math>a</math>)の道路であれば、道路の面積(<math>S</math>)と真ん中を通る線の長さ(<math>l</math>)との間に、<math>S = al</math>という関係が直線の場合だけでなく、円の周囲にできる道路、正方形の周囲にできる道路でも、成り立ったことを振り返る。</p>	7	<p>■どんなときでも成り立つとってよいか疑問を持つ</p>
<p>いろいろな図形の周囲の道路でも、<math>S = al</math>という関係が成り立つか調べよう</p>			
展開	<p>2. いろいろな場合で成り立つことを示すために、正方形の場合をもとに、どのように考えを広げていくかを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「辺の長さ、角の大きさがすべて等しい」という条件を外す。 ⇒ 四角形</li> <li>・「辺の長さ、角の大きさがすべて等しい」という条件を保つ。 ⇒ 正五角形、正六角形、…、正多角形</li> </ul> <p>3. 正多角形の場合について考える。</p> <p>(1) 正五角形の場合を提示し、直線とおうぎ型に分けられること、おうぎ型を集めると円になることから正方形の場合と同じように証明できることを確認する。</p> <p>(2) 正三角形の場合について確認する、</p> <p>(3) 正<math>n</math>角形の場合について面積(<math>S</math>)と真ん中を通る線の長さ(<math>l</math>)がどうなるか予想し、その予想が正しいことを証明する。</p> <p>4. 四角形の場合でも、おうぎ形を合わせると円になることを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・おうぎ形の中心角の和が<math>360^\circ</math>になることを示すことができる。正多角形の場合と同じように証明できることを確認する。</li> </ul> <p>5. 四角形の場合の考え方をもとにして、正<math>n</math>角形のおうぎ形の中心角の和を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・1つのおうぎ形の中心角の大きさから求める方法と比較し簡潔であること、<math>n</math>角形の場合も同じ式で求めることができることを確認する。</li> <li>・レポート課題として、「<math>n</math>角形」の場合について取り組ませる。できた生徒には、難しい生徒には、「正<math>n</math>角形」か「四角形」の場合について、もう一度まとめるように指示を出す。</li> </ul>	36	<p>■条件を変え、考えを広げる。</p> <p>■図と式を利用して、根拠を明らかにしながら説明する。</p> <p>■より一般化した場合について、既習事項をもとに考察する。</p> <p>■具体から類推し、一般化を図るという思考の有用性について確認する。</p>
終結	<p>6. 解決されていない図形について考える。</p> <p>(1) 円や多角形で成り立つ関係が、他の図形でも成り立つのだろうかという視点【曲線等】</p> <p>(2) 平面図形で成り立った関係が、空間図形でも成り立つのだろうかという視点【蛍光管のような空間図形】 体積<math>V</math>、断面積<math>S</math>、中心の長さ<math>a</math>のとき、<math>V=aS</math></p> <p>7. 本時の学びを振り返る</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の学びを振り返り、振り返りシートに記入する。</li> </ul>	7	<p>■円や多角形の場合は既習事項を活用して解決できたこと、今後の学びにより、解決できる内容が広がっていくことの見通しを持たせる。</p> <p>■本時の学びを自分の言葉でまとめる。</p>

