

日 時 平成 28 年 11 月 9 日 (水) 5 校時
場 所 3 年 A 組 教室
学 級 3 年 A 組 (男子 19 名 女子 11 名 計 30 名)
指 導 者 伊 藤 勉

1 単元名 5 章 相似な図形

2 単元の目標

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。

ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。

イ 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。

ウ 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。

エ 基本的な立体の相似の意味と、相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。

オ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

3 単元の評価規準

【 数学への関心・意欲・態度 】

様々な事象を相似な図形の性質でとらえたり、平面図形の性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【 数学的な見方や考え方 】

相似な図形の性質についての基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【 数学的な技能 】

相似な図形の性質、三角形の相似条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したりするなどの技能を身に付けている。

【 数量や図形についての知識・理解 】

相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比および体積比の関係を理解し、知識を身に付けている。

4 単元について

(1) 教材について

2 年では、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。ここでは、三角形の相似条件を用いて、三角形や平行線と比に関する図形の性質を中進に論理的に確かめ、数学的な推論のしかたについての理解を深めることがねらいである。

また、学習指導要領の 3 年 B 図形(1) オに「相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること」と明記されている。実生活の中で数学が活用されているよさを理解させ、数学を活用する態度を養う場面として、相似の考えの活用を位置づけることが大切である。地図や写真の効用や設計図の重要性をはじめとして、大きいものを小さくしたり、小さなものを大きくしたりして扱うことが有効な場面を、身のまわりからいろいろと見いだすことができる。相似の考えを活用できることの理解を通して、数学の実用性やよさについて理解を深めることができることがこの章のねらいでもある。

また、章の最後に、相似な図形の計量に関する学習をすることにより、相似な図形の理解をさらに深める。2 乗、体積はその 3 乗になることを理解させる。相似な図形の相似比と面積比、体積比の関係を理解させ、具体的な場面でそれを活用できるようにさせることがねらいである。この理解には、図形全体としての面積比や体積比だけでなく、相似な図形の対応する各部分の比を考えさせる必要がある。例えば、相似な図形の周の比は各辺の長さの比を、表面積の比は立体の各面の面積比をそれぞれ考えさせ必要がある。このように、面積比や体積比の学習では、相似な図形の対応するいろいろな部分の比について考えさせることになる。これまででは、ともすると三角形の相似条件に代表されるように、相似比を多角形の対応する辺の比としかとらえてこなかったきらいがある。相似な図形の対応するいろいろな部分の比を考えさせることにより、相似な図形についての理解を深めることが面積比や体積比の指導のねらいでもある。

(2) 生徒について

全体的には基本的な学習習慣のできている学級である。男子には授業を進めようと反応する生徒が多く、女子は積極的ではないがよく理解している生徒もいる。また、様々な要因で、学習に集中できない生徒もいるので、配慮が必要である。

(3) 指導にあたって

相似をどのように定義するかについては、いろいろな立場がある。例えば、下記のような定義が考えられる。

ア 一方の図形を拡大または縮小したときに、他方の図形と合同になる。

イ 対応する線分の比が等しく、対応する角が等しい。

ウ 図形を移動させて、相似の位置に置くことができる。

しかし、本章においては、このいずれの立場も明確にはとっていない。生徒の理解を考慮し、「1 つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小して得られる図形はもとの図形と相似であるという」として定義している。この定義で、論理的に考察する際の根拠にすることは困難であるので、具体的な例を通して、相似な図形の持つ性質として、対応する部分の比が等しくなることと、対応する角が等しくなることを直感的に認めさせ、これ

を実質的な定義にするという立場をとっている。引き続いて、すぐに相似の位置を扱う。相似の位置にある図形が相似になることや、相似な図形が相似な位置に置くことを論理的に導くことは避けている。本章のねらいを、論理的に考える力を伸ばすと前述したが、ここでは論理的な考察の扱いを避けている。生徒の発達と理解を考慮した教育的配慮であることは言うまでもない。相似の定義をどれか1つの立場を明確にして、他の立場を性質として論理的に導くことが数学的であるが、中学3年生には困難である。そこで、ア、イ、ウの立場を渾然一体として直感的に理解させることで、相似の意味を理解させ、以後の考察でそれぞれの場面に適切な立場を活用できる、という構成になっている。

三角形の相似条件をどのように扱うかも、論理的な考察力を養うという本章のねらいと関連する。相似の定義から論理的に導くことは、中学生には困難であろう。そこで、基本的には直感的に三角形の相似条件を導入するのであるが、三角形の合同条件を前提にすることにより、やや論理的に導ける。教科書では三角形の作図を通して、三角形の合同条件にどのように帰着できるかを考えさせるという構成になっている。

相似の意味、三角形の相似条件の導入においては、実際に作業や作図などを通して、その性質や条件などを直感的に導いている。本章のねらいとする演繹的な推論を重視した指導は、これ以後の指導となる。その推論の根拠として、三角形の相似条件を位置づけ、それを根拠にしているいろいろな図形の性質を定理として整理し、体系づける展開になっている。

立体の相似は、立方体、柱体、錐体、球などの基本的な立体について、平面図形の相似の意味から類推してとらえさせる。立体を平面上に表す方法として見取り図が多用されるが、相似の位置にある三角形のかき方から、相似な三角錐の見取り図をかく方法が推測できる。その際、対応する辺の比や対応する角が等しいことを三角形と比の定理から導くこともできる。さらに、相似な立体模型を紙で作らせることも有効な方法である。

また、面積比や体積比について、比の2乗、3乗という値の大きさが図形を見た直観と一致しにくく、正しい比とは異なる割合として感じてしまいやすい。そこで、具体的な図形について実際に図をかかせたり、模型を作らせたりするなどの活動を取り入れ、変化の度合いが著しいことを実感させることが、相似比と面積比や体積比の数値感覚を養う上で有効である。

5 指導計画 (全5時間)

節	項	時	目標	かかわり 合い活動	評価規準例
3 相似な 図形の 面積 と体積	合同な図形はいくつできるかな？ (本時) (教科書 p.148～150)	1	相似な三角形や四角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。	相似な図形の相似比と面積比には、どのような関係があるか調べてみよう	見 ○相似な三角形や四角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。
	1 相似な図形の相似比と面積比 (教科書 p.150～151)	2	相似な平面図形の相似比と面積比の関係を理解し、それを利用して図形の面積を求めることができる。	相似な2つの多角形の、相似比と面積比の関係を調べてみよう。	技 ○相似な平面図形の相似比と面積比の関係をを利用して、図形の面積を求めることができる。
	2 相似な立体の表面積や体積の比 (教科書 p.152～154)	3	立体の相似の意味を理解する。また、相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係を理解する。	相似な立体の表面積の比や体積比も、相似比と関係があるか調べてみよう	知 ○立体の相似の意味を理解している。 ○相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係を理解している。
	基本の問題 (教科書 p.154)		4 相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係をを利用して、立体の表面積や体積を求めることができる。		技 ○相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係をを利用して、立体の表面積や体積を求めることができる。
	章の問題A (教科書 p.155)	5			

6 本時の指導

(1) ねらい

- ・相似な三角形や四角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。(1/2)

(2) 研究にかかわって

数学の学習における「かかわり合い」とは「教え合い」と考え

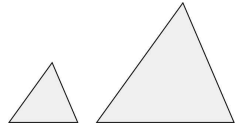
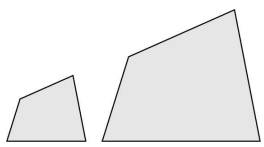
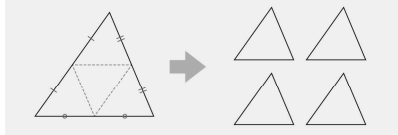
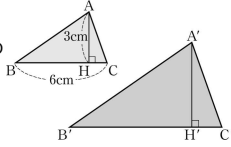
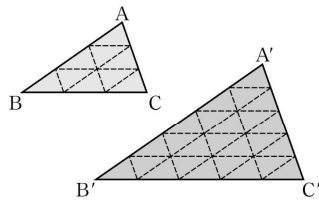
①数学の授業を通じて、人間関係づくりを意識しながら意図的に「関わり合い」の場を設定し実践していくことで、より良い関わり方を身につけ「関わり合う力」が向上していくであろう。

②数学の授業を通じて身につけた「関わり合う力」をもとに、関わり合いの場を計画的・継続的に実践していくことで「論理的な考え方」や「表現力」が身につく、学力向上へつながるであろう。

「関わり合いの場」として特に「教え合い」に以下のようなルールを設けた。小テストの終了後に教え合いの時間をわざわざ設けている。

また、「かかわり」は個人思考の段階で算数的活動・数学的活動を行いながら、教材・教具と関わって考えるときのことをいい、「かかわり合い」は、個人思考が固まった段階で、教材・教具を介してでも人とかかわり合いながら、話し合い等の学び合いを展開していくことと異なるようで、「かかわり合い」は、生徒一人一人が自分の考えをもっていることが前提になる。「かかわり合い」をもたせることが可能な場面として、教科書でいうところのQ問題または「学び合い」がそれにあたる。その中で、生徒同士または生徒と教師のやりとりの中で、かかわりを深めていきたい。

(3) 展開

過程	学習活動	指導上の留意点と評価
<p>導入 15分</p>	<p>1 課題設定1 合同な図形はいくつできるかな？ ・相似なつの三角形があり，その相似比は1:2です。このとき，大きい三角形を下の図の点線で切ると，小さい三角形と合同な三角形を，4 つつくることができます。(教科書により確認させる)</p>  <p>・相似比が1:3のときはどうなるかな？ 2 Q相似な2つの四角形で，その相似比が1:2の場合でも，大きい四角形を切って，小さい四角形と合同な四角形を，4 つつくることができるのでしょうか。(調べさせる)</p> 	<p>指導上の留意点と評価</p> <ul style="list-style-type: none"> ・中点連結定理を想起【関心】 ・合同な三角形を確認 ・相似比が1:2のとき 相似比は1:4  <ul style="list-style-type: none"> ・かかわり合い1 ・作業用の紙を用意(個で，グループで) ・かかわり合い2(時間をとり考えさせる) ・合同な四角形4つは作れない ・しきつめの考えがでなければ，… ・さくらさんの思い描いた図に着目させ，相似の位置，三角形の分割とヒントを与える。
<p>展開 25分</p>	<p>3 課題設定2 1 相似な図形の相似比と面積比 相似な図形の相似比と面積比にはどのような関係があるか調べてみよう</p> <p>4 Q右の図において，$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$で，その相似比は3:5です。次の(1)，(2)を求めてみましょう。また，(3)を求めて相似比との関係を調べてみましょう。(予想させ，自力解決を図らせる)</p> <p>(1) $B'C'$，$A'H'$の長さ (2) $\triangle ABC$，$\triangle A'B'C'$の面積 (3) $\triangle ABC$と$\triangle A'B'C'$の面積比</p> <p>5 右の図において，$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$で，その相似比は3:5であるとする。このとき，$BC = 3a$，$AH = 3h$とすると$B'C' = 5a$，$A'H' = 5h$と表せる。 $\triangle ABC$の面積は $\frac{1}{2} \times 3a \times 3h = \frac{1}{2} \times 3^2 \times ah$ $\triangle A'B'C'$の面積は $\frac{1}{2} \times 5a \times 5h = \frac{1}{2} \times 5^2 \times ah$ したがって，$\triangle ABC$と$\triangle A'B'C'$の面積比は$3^2:5^2$となる。(教科書で確認)</p>	<p>かかわり合い3 ・個別，グループで解決する</p>  <p>(1) $B'C' = 10cm$ $A'H' = 5cm$ (2) $\triangle ABC = 9cm^2$ $\triangle A'B'C' = 25cm^2$ (3) $9:25$ $3^2:5^2$になっている。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・教師の説明を聞く ・かかわり合い4 
<p>終末 10分</p>	<p>6 本時のまとめ</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; color: red;"> <p>一般に，相似な2つの三角形で，その相似比が$m:n$であるとき，面積比は$m^2:n^2$となる。</p> </div> <p>7 本時のふりかえり ・ふりかえりシートに本時の内容を記入する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・まとめ ・かかわり合い5(生徒自らに気づかせたい) ・指名，黒板にやらせて，答え合わせ。 ・かかわり合い6

(4) 板書計画(案)

p148
 3節 相似な図形の面積と体積
 課題設定 合同な図形はいくつできるか
 相似な2つの三角形 相似比 1:2

相似比 1:3 面積比 ?
 相似な2つの四角形 相似比 1:2

1 相似な図形の相似比と面積比
 課題設定 相似な図形の相似比と面積比にはどのような関係があるかしらべてみよう
 Q 相似比 3:5 の三角形

(1) $B'C' = 10 \text{ cm}$ 、 $A'H' = 5 \text{ cm}$
 (2) $\triangle ABC = 9 \text{ cm}^2$ 、
 $\triangle A'B'C' = 25 \text{ cm}^2$
 (3) 9:25 $3^2 : 5^2$ になっている
 まとめ

一般に相似な2つの三角形で、その相似比が $m : n$ であるとき、面積は $m^2 : n^2$ となる。

(5) ふり返りシート

日付	今日の授業は分かりましたか	A B C D
	今日の活動は課題をつかむのに有効でしたか	A B C D
態度	授業の中で自分の考えや意識に変化はありましたか	A B C D
宿題	授業の中で特に大事だと思ったことを書きましょう。(キーワードもOK)	