

数学科学習指導案

日 時 平成28年11月11日(金) 5校時
学 級 3年A組 男子11名 女子9名 計20名
会 場 数学活動室
指導者 T1 槻館 恵 T2 湊 溪介

1 単元名

東京書籍「新しい数学」第5章 相似な図形 第2節 平行線と比

2 単元について

3学年での図形領域における目標は「図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。」とある。1学年では、直感的な取扱いや操作的な活動を通して、図形や空間についての理解を深めるとともに、論理的な考察と論証及びそれを表現する学習を行ってきた。2学年では、三角形や四角形の性質などを観察、操作や実験などの活動を通して見だし、それを論理的に確かめることを学んできた。3学年では、図形についての考察を通して、2学年に引き続き数学的な推論の必要性や意味及び方法についての理解を深め、図形に対する直観力や洞察力とともに、論理的に考察し表現することを学習する。この単元では、相似の概念の形成、さらにこれまで学習した内容をもとに論理的に考察していく証明の仕方を学習するなかで、2学年までに学習した図形の問題の発展的な内容もとらえることができる。また、この単元を学習することを通して、身の周りにある相似な図形に関心を持ち、日常生活との関わりや活用についても実感させることができる。

平成27年度岩手県学習定着度状況調査における図形領域の結果をみると、県の正答率48.2に対して本校の正答率は42.7(県比88.7)、さらに数学的な考え方の観点の正答率は県の正答率50.0に対して本校の正答率は35.9(県比71.8)と低く、問題解決の際に理解が困難な生徒が多くみられる。問題別に結果を見ると以下のようになっている。

問題	県比
①正三角形を別の正三角形に重ね合わせるために、何度回転移動させればよいかわかる。	108.4
②角の二等分線の作図の方法が、交わる2つの円の性質と線対称な図形の性質を根拠として説明できることを理解し、作図した点と対応する点を選ぶことができる。	101.3
③空間図形における角の大きさを見取図から読み取ることができる。	102.1
④おうぎ形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解し、中心角 120° のおうぎ形の面積について正しいものを選ぶことができる。	65.9
⑤円柱の投影図からその体積を求めることができる。	56.7
⑥球の表面積の求め方を理解し、球の表面積と同じ大きさの面積を表す図を選ぶことができる。	76.6

本学年生徒の実態として、図形領域を苦手としている傾向がある。特にも上記の⑤は県平均との差が最も大きい問題であり、図形領域において、与えられた問題を解決する際に、既習事項を利用するためにはどのようにすればよいか手立てを洞察することを苦手としていることがわかる。この項目は本時で扱う、平行線の比の定理を導くために、既習事項である三角形と比の定理を利用して考えるためにはどのようにすればよいか手立てを洞察することにつながる項目である。また、本学級の生徒は、落ち着いた雰囲気での学習に取り組んでおり、考えたことや疑問に感じたことをつぶやいたりグループ学習の際に表現しようとしていたりしている。一方で、数学的な表現を用いて説明する力に課題が見られるので、思考活動の際は個人で考えたことをノートに記述させたうえで、グループ内で確認させ全体場で発表させることを通して説明する力を身につけさせたい。

指導にあたっては、拡大・縮小といった作図や身のまわりにある相似な図形を考えることを通して相似な図形の性質を理解させていきたい。証明の学習においては、証明の根拠としてこれまで学習したことを用いていく必要があるため、毎時間復習を重ねながら進めていきたい。また、課題に対する見通しとグループ学習での学びあいを充実させることにより、数学に対して苦手意識をもつ生徒も、周囲と確認

しながら課題解決し、自信をもって説明させたい。さらに、ふりかえりの時間を大切にすることにより、その授業で学んだことを確認し、さらに今後の学習の見通しを立てることにつなげていきたい。

3 単元の指導計画

(1) 目標

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにさせる。

(2) 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
様々な事象を相似な図形の性質、円周角と中心角に関係、三平方の定理などで捉えたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり、判断したりしようとしている。	相似な図形の性質、円周角と中心角の関係、三平方の定理などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用し、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	相似な図形の性質、三角形の相似条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり、円周角や中心角の大きさを求めたり、直角三角形の辺の長さを求めたりするなど、技能を身に付けている。	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比及び体積比の関係、円周角と中心角の関係の意味、三平方の定理の意味などを理解し、知識を身に付けている。

(3) 主な学習内容及び評価計画

5章 相似な図形 計 21時間

1節 相似な図形 8時間

2節 平行線と比 8時間 (本時 6/8時間目)

3節 相似な図形の面積と体積 5時間

* 6つの思考活動

時	主な学習内容	評価【観点】	*	評価方法
1	ノートの罫線の長さを3等分する方法について考える。なぜ、3等分できるのかを既習事項をもとに考える。	三角形の1辺に平行な直線に着目して、相似な三角形を見だし、なぜ3等分できるか <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 . 5	■挙手・発言 ■ノートの記述内容 ■評価問題
2	三角形の1辺に平行な直線が、他の2辺に交わるときにできる線分の比について調べる。 三角形と比の定理について調べたことをまとめる。	三角形と比について相似な図形の性質をもとに <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 . 5	■挙手・発言 ■ノートの記述内容 ■評価問題
3	三角形と比の定理の逆を理解し、それを利用して2つの線分が平行かどうかを判断する。	三角形と比の定理の逆について、相似な図形の性質をもとに <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 . 5	■挙手・発言 ■ノートの記述内容 ■評価問題
4	中点連結定理を理解し、それを利用して線分の長さを求める。	中点連結定理を三角形と比の定理や相似な図形の性質をもとに <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 . 5	■挙手・発言 ■ノートの記述内容 ■評価問題

5	中点連結定理を利用して、図形の性質を証明する。	中点連結定理を利用して、図形の性質を <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 ・ 5	<ul style="list-style-type: none"> ■ 挙手・発言 ■ ノートの記述内容 ■ 評価問題
6 本 時	三角形と比の定理を用いて、平行線と比の定理を導く。	平行線に直線が交わるときの線分の長さの求め方を、三角形と比の定理をもとにして <u>検証し</u> 、その過程を <u>記述</u> している。【思考・判断・表現】	4 ・ 5	<ul style="list-style-type: none"> ■ 挙手・発言 ■ ノートの記述内容 ■ 評価問題
7	平行線と比の定理を利用して、線分の長さを求める。また、平行線と比の定理を利用して、図形の性質を証明する。	平行線と線分の比についての性質を用いて、線分の長さなどを求めることができる。【数学的な技能】		<ul style="list-style-type: none"> ■ 挙手・発言 ■ ノートの記述内容 ■ 評価問題
8	基本の問題			■ ノートの記述内容

4 本時の指導

(1) 目標

平行線と比の定理を三角形と比の定理をもとにして理解させる。【数学的な見方や考え方】

(2) 評価規準

評価の観点	評価規準（概ね満足できる状況B）	努力を要する生徒への手立て
数学的な見方や考え方	<p>平行線に直線が交わるときの線分の長さの求め方を、三角形と比の定理をもとにして考え、説明することができる。</p> <p>（例）「点Aを通り、A'C'に平行な補助線を引く。平行四辺形の対辺は等しいから、$AD=A'B'$、$DE=B'C'$ということが言えるので、三角形と比の定理が使え、xの値を求めることができる。」</p> <p>ということを<u>検証し</u>、それをノートに<u>記述</u>することができる。</p>	補助線の引き方を示し、既習事項の三角形と比の定理をもとにして考えればよいことを確認する。

(3) 指導構想

ア 本時のねらいにかかわって

本時のねらいは、既習事項をもとに平行線と比の定理を証明し、理解することである。平行線と比の定理を証明する際に、既習事項である三角形と比の定理を利用させるための手だてを洞察し、それが正しいことを検証し、自分の言葉で論理的に説明させたい。

導入では、問題提示の際に、前時に学習した問題との共通点と相違点を確認する。そして、どのように解決できそうか問い、前時と同じように立式すれば解けるのではないかと洞察させる。ただし、それはあくまでも直感的な考え方であって、数学的な根拠をもとに確認しなくてはならないことをおさえ、学習課題の設定につなげる。

展開では、見通しの場面で、このままの図形では既習の定理が使えないので、工夫しなくてはならないことを投げかけ、補助線を引いて考えることを確認する。グループになり、どのように補助線を引くか、 x の値を求めるためにはどのようにすればよいか考える。本時のねらいは、多様な考え方を引き出すことではないので、多様な考え方が出てきた場合は、その中でも三角形と比の定理を用いて自分で説明できそうな考え方にしぼって学び合いをするように促す。また、生徒の実態から、本時は一つの証明の仕方にしぼって一般化を図る学習につなげる。証明の際に、平行四辺形の性質を用いる場合が考えられるので、既習事項の復習とともに大切に扱いたい。そして、性質の一般化を図るために、平行線と比の定理を証明する場面では、生徒から出された平行な補助線を引くことと、平行四辺形の対辺は等しいことを柱に、辺の相等について式化していく。評価問題に取り組む場面では、先ほどのグループで解決した時と同様に説明できないかと問い、考えたことをノートに記述し、説明させる。比例式を計算して x の値を求めることは、次時に扱うので、本時では考え方を評価する。なお、本時の証明で扱わなかった補助線の引き方や考え方は、終末で様々な証明

の仕方があることを伝え、中位・上位の生徒の意欲を高めることにつなげていきたい。

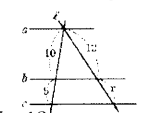

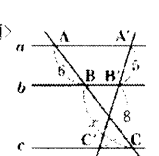
終末では、本時に学んだことや自己の取り組み方をふりかえらせ、自分の言葉でノートに記述させる。

イ 6つの思考活動にかかわって

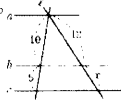
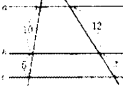
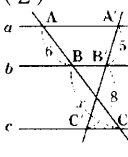
本時の学習では、課題の解決の場面において、思考活動「事象の関係性について洞察する」を行う。本時の問題を、前時と同様に三角形と比の定理を用いて解決できそうだということを洞察する。数学科では、「事象の関係性について洞察する」ことは、問題に対する解決方法を直感的にひらめくこと、見抜くことととらえている。ただし、論理的に正しいことを証明することが必要なので、展開の学習課題の解決の場面において、思考活動「仮説を立てて検証する」を行い、導入で立てた仮説が正しいかどうか、数学的根拠をもとに確かめ、それを記述する。

(4) 展開…次ページ

(5) 板書計画

<p>三角形と比の定理を使って、xの値を求められるのだろうか。</p>			
<p>復習</p> <p>a, b, cがいずれも平行であるとき、xの値を求めなさい。</p>  <p>$10:5=12:x$ $10x=60$ $x=6$</p>	<p>問題</p> <p>a, b, cがいずれも平行であるとき、xの値を求めなさい。</p>  <p>$10:5=12:x$ $10x=60$ $x=6$</p> <p>〈見通し〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 補助線を引く。 三角形と比の定理を利用する。 	<p>証明</p> <p>点Aを通り、$A'C'$に平行な補助線を引く。 $\triangle ACE$において、$BD//CE$であるから $AB:BC=AD:DE$ …① 平行四辺形の対辺は等しいから $AD=A'B'$、$DE=B'C'$ …② ①、②から$AB:BC=A'B':B'C'$</p> <p>↓</p> <p>よって三角形と比の定理が使え、xの値を求めることができる。</p>	<p>問題</p>  <p>点Aを通り、$A'C'$に平行な補助線を引く。 平行四辺形の対辺は等しいから、 $AD=A'B'$、$DE=B'C'$ よって、この問題でも $6:x=5:8$</p>

(4) 展開

段階	学習活動と内容	指導上の留意点	6つの思考活動との関わり
<p>導入 5分</p>	<p>1 既習事項の復習をする。 χの値を求めなさい。</p>  <p>2 問題を提示する。 右の図で, a, b, cが いずれも平行であるとき, χの値を求めなさい。</p>  <p>3 学習課題を設定する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 本時の課題解決に関わる三角形と比の定理の復習をする。 前時の学習と違う点は何か確認する。 ⇒ 三角形が2つ重なり合う図形になっていない。二直線が離れている。 共通している点は何か確認する。 ⇒ 数値が等しい。三本の平行線に二直線が交わっている。 直感的にどのようにすれば解決できそうか問う。 ⇒ 前時のように $10:5=12:\chi$ と立式すれば解けそう。 立式したことはあくまでも直感的なことなので、数学的根拠をもとに確かめていかなければことを確認し、本時の学習課題につなげる。 	<p>6つの思考活動[4] …本時の問題が前時と同じように $10:5=12:\chi$ と立式すれば解決できそうだと 洞察し、記述する。</p>
<p>三角形と比の定理を使って, χ の値を求められるのだろうか。</p>			
<p>展開 40分</p>	<p>4 見通しの確認をする。 ・前時と同じように解くには三角形と比の定理を使えるようにしたい。 ・補助線を引けばいい。</p> <p>5 学習課題の解決をする。 ・補助線を引き, 三角形と比の定理を利用して χ の値を求める方法を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の定理を利用して考えるためには, 今の状態では難しいことを確認する。三角形と比の定理を利用するためには, 図の中に三角形をつくらなくてはならないので, 補助線を引かなくてはならないことに気づかせる。 グループワークを行う。どのように補助線を引けば, 三角形と比の定理を利用できるか考える。補助線の引き方は様々考えられるので, なぜその補助線を引いたのか, 説明できるようにしておく。グループで考えたことをノートに記述し, 生徒の言葉で発表させる。 生徒は $AD=A'B'$, $DE=B'C'$ となることを直感的にとらえることが予想される。その場合教師が介入し, 既習事項を確認して, 根拠として, 平行四辺形の性質があげられることに気付かせる。 様々な考え方が出てきた場合は, すべての証明の仕方に深入りせずに, 一つの証明にしぼって一般化を図る学習につなげる。 	<p>6つの思考活動[5] …三角形と比の定理を利用して χ の値を求めるためには, どのような手立てが考えられるのか 検証し, 記述する。</p>
<p>生徒の記述例 (B 評価の例) 点Aを通り, $A'C'$に平行な補助線を引く。平行四辺形の対辺は等しいから, $AD=A'B'$, $DE=B'C'$ ということ言えるので, 三角形と比の定理が使える, χ の値を求めることができる。</p>			
	<p>6 性質の一般化を図る。 ・平行線と比の定理を証明する。</p> <p>7 評価問題に取り組む ・教科書 p 145 の問 1 (2) に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 先程と同じように解決していく。生徒とのやりとりでひとつひとつ確認したことを証明としてまとめる。 他の問題でも同じように説明できるのか問う。 <p>4 (2) 【評価】</p>  <p>点Aを通り $A'C'$に平行な補助線を引く。平行四辺形の対辺は等しいから, $AD=A'B'$, $DE=B'C'$ ということ言えるので, 三角形と比の定理が使える, χ の値を求めることができる。</p>	
<p>終末 5分</p>	<p>8 ふりかえりとまとめを行う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 本時の授業で学んだことや自己の取り組み方をノートに自分の言葉で記述する。 次時は平行線と比の定理を利用して, 線分の長さを求めることを学習することを予告する。 	

授業プランニングシート

11月11日(金) 5 時間目 3年A組 教科:数学 指導者 槻館 恵

↓ 構想・立案 ↑ 本時の流れ

1 本時のねらい * 評価規準 B について記述する

・平行線に直線が交わる時の線分の長さの求め方を、三角形と比の定理をもとにして考え、説明することができる。

(例)「点Aを通り、 $A'C'$ に平行な補助線を引く。平行四辺形の対辺は等しいから、 $AD=A'B'$ 、 $DE=B'C'$ ということがいえるので、三角形と比の定理が使える、 x の値を求めることができる。」
ということを「検証し」、それをノートに記述することができる。

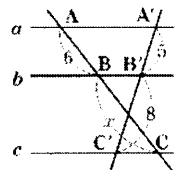
評価の観点(評価方法)

思考・判断・表現 (発言, ノートの記述内容)

2 評価に達した生徒の姿 * B 評価に達した生徒の姿(反応例, 記入例, 評価問題の解答例等)を記述する

記入例) 右の図において

点Aを通り、 $A'C'$ に平行な補助線を引く。平行四辺形の対辺は等しいから、 $AD=A'B'$ 、 $DE=B'C'$ ということがいえるので、三角形と比の定理が使える、 x の値を求めることができる。



3 学習課題

三角形と比の定理を使って、 x の値を求められるのだろうか。

4 課題意識の持たせ方 * 生徒から課題を引き出すための手立てを具体的に示す

- ・本時の課題解決に関わる問題を出題する。⇒三角形と比を利用する問題
- ・前時の学習と違う点は何か確認する。⇒平行線に交わる二直線が離れている。
- ・前時の学習との共通点は何か確認する。⇒三本の平行線に二直線が交わっている。
- ・どのようにすれば解決できそうか問い、それを数学的な根拠をもとに解決していくことを確認し、本時の学習課題につなげる。

5 課題を解決するための学習教材・資料・補助発問など

- ・前時と同じようにして解くためにはどのような工夫が必要か。⇒補助線を引く。