

数学科学習指導案

日 時 令和1年5月31日（金）公開授業Ⅱ
学 級 岩手大学教育学部附属中学校
3年B組
会 場 2C2D教室
授業者 藤井 雅文

1 単元名 円

2 単元について

(1) 生徒観

先日行った事前調査において、円の定義や接線の作図等の理解を確認した結果は以下の通りである。

1. 円の定義を理解している	…	31人
2. 円周上の1点を通る接線の作図ができる	…	35人
3. 接線の作図で利用した基本の作図が何かを理解している	…	7人
4. 円の接線の性質を理解している	…	16人

円の定義や接線の作図方法についての理解は概ねよい。ある1点から等しい距離にある点の集合であるという捉えはできているので、その見方を広げさせたい。その一方、自分の作図がどの基本の作図を利用しているかや、円の接線の性質を理解している生徒は少ない。課題解決のために何が必要なのか、そのためには何をいれればいいのかを考える力に課題があるといえる。3学年の図形領域を通して、論理的に考察する力をより高めていく必要がある。

(2) 教材観

円については、小学校において円の中心、半径及び直径、円周率、円の面積を学習してきている。中学校では、第1学年において円の接線について学習している。第3学年では、数学的に推論することによって、円周角と中心角の関係について考察し、円の性質の理解をより深めるとともに、円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用することがねらいである。

中学校学習指導要領（平成29年告示）では数学の第3学年B図形（2）イ（ア）には、

- （2）円周角と中心角の関係について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- （ア）円周角と中心角の関係を見いだすこと。

とある。中学校で証明する内容の多くは、小学校で学んできた内容である。しかし、円周角の定理や、その逆については、新しく学習する内容であり、まさに「見いだす」という活動に適している。それゆえ、見いだした性質に一般性があることを示すために証明が必要であることや、証明によって一般性を示すことができるという、証明のよさを実感させるのに適した内容である。単に定理を証明し活用するのではなく、見いだした性質を証明し、定理としてまとめ活用していくことが求められる。

また、円周角の定理等の証明では、場合分けや背理法など、新しい見方や考え方が必要になる。中学校学習指導要領解説数学編（平成29年告示）において、P152に、

円周角と中心角の位置関係に関する場合分けの必要性を理解することがねらいではなく、証明のよさを理解できるようにすることがねらいであることに留意する。

とある。つまり、場合分けによる正確な証明までは求めているわけではない。教科書においても、円周角の定理については、3つの場合に分けた中の1つの場合を証明するのみであるし、円周角の定理の逆についても、証明としては扱っていない。これは、中学生の段階では、場合分けによる証明や間接証明は理解が難しいという理由からである。しかし、事象をいくつかの場合に分けて証明することや、転換法の利用については、高校数学でも使われる方法である。場合分けや転換法について、厳密に扱おうというのではなく、その考え方に触れ、よさを実感させることは、証明に対する理解も深まるであろうし、数学的な見方や考え方が広がることにもつながるであろう。生徒の実態に合わせ、これらの証明にも取り組んでいきたい。

(3) 教科研究との関わり

数学科では、「事象を数学的に捉え、より創造的に考察しようとする」ということが人間の強みであると捉えている。そのためには、結果を得る過程において、事象を数学化したり、数学的な推論を用いて論理的に考察したりすることが必要である。本単元では、日常の事象を数学化し、円と角の關係に着目させる。帰納的に見いだした性質を根拠を明らかにして演繹的に確かめる。円周角の定理を、より一般化して適用範

圏を広げたり、条件を変えて特別な場合について考察したりするといった数学的活動に取り組みさせることで、問題を解決して終わるのではなく、主体的に次に考えるべきことを見つけられる生徒になると考えている。

①単元の核となる授業づくりと指導計画

核となる授業として、円周角の定理の逆を証明する場面を考えた。教材観でも述べたが、中学生にとっては難しい内容である。そこで、単元の導入において、場所によって角度がどのように変化するかを実感させておく。角度が等しくなる点がどのような位置にあるかを問うことで、場面が3つの場合に分けられることに気づくだろう。また、円周の内部と外部における角度の変化の様子から、円周上以外に角度が等しくなる点が存在しないことにも気づくだろう。円周角の定理の証明においては、場合分けをしてそれぞれの場合を証明することが必要な証明もあることを理解させておく。そのような学習を経ることにより、転換法の考え方に気づき、間接証明への理解も深まると考えている。

②次の事象につなげるための数学的活動を機能・充実させること

図形領域では、さまざまな性質を見いだすことで学びが広がる場合が多い。ICTを利用して、いろいろな場合について考えさせたり、証明を振り返り新たな性質を見いだしたりする活動を重視していきたい。

③主体的に学習に取り組む態度を見取る評価の工夫

単元を通して身につけた力を見取るためにレポート課題に取り組みさせる。1問目は、単元で学習した内容をそのまま日常の場面に戻したときに適用できるかを問う問題とした。2問目には、試行錯誤しながら、本単元との関わりに気づき解決する問題とした。粘り強く取り組み、解決の糸口を見つけようとしているかを見取りたい。また、単元の学習後の振り返りにおいて、円に対する見方がどのように広がったのか、さらに考えてみたい事柄があるかを問うことで見取りたい。

3 単元の指導目標及び評価規準

(1) 育成を目指す資質・能力

【知識及び技能】

事象を数学化し、角に着目して問題を捉えたり、解決したりすることができる力

【思考力・判断力・表現力等】

円についての性質を見だし、論理的に考察し表現する力

【学びに向かう力、人間性等】

問題を粘り強く考えたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりする態度

(2) 指導目標

観察や操作、実験などの活動を通して、円周角と中心角の関係を見だし、それらを確認したり、具体的な場面で活用したりすることができるようにさせる。

(3) 評価規準

【知識・技能】

円周角と中心角の関係の意味を理解している。また、円周角と中心角の関係などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり、円周角や中心角の大きさを求めたりすることができる。

【思考・判断・表現】

円周角と中心角の関係についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。

【主体的に学習に取り組む態度】

様々な事象を円周角と中心角に関係などで捉えたり、円の性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に問題の解決に活用して考えたり、判断したりしようとしている。

4 1節の指導計画及び評価計画（本時 1/7） … 2節は4時間扱い

学習内容	授業の概要と指導上の留意点	着目させる点	論理的思考	統合的発展的	評価
①単元の導入（本時）	<p>サッカーを題材にし、シュートできる<u>角度に着目させる</u>ことで、円と角の関係に気づかせる。角度が変わらない点の集合がどのような形になるのかを <u>GeoGebra を利用して帰納的に見いだす</u>。また、形が見えてきたならば、他に角度が等しくなる点がないかを問いかけ、円周の内部と外部で<u>角が変わることに着目させる</u>。その後、角度が変わらない点の集合を作図させる。</p> <p>これまで等しい距離にある点の集合として捉えてきた円を、<u>角を一定に保つ点の集合として捉えなおす</u>学びをしていくことを確認し、単元の導入とする。</p>	3点でできる角度	帰納		<p>・円と角の関係に着目し、性質を見いだすことができる。</p> <p>【思考・判断・表現】</p>
②③④円周角の定理	<p>円周角の定理の証明を考える。前時を振り返り、円 O において、弧 AB と円周上に点 P を取ったとき $\angle APB$ の大きさが一定になることを確認する。GeoGebra を利用し、円の大きさや弧の長さによって角度が変わることを実感させる。また、弧が決まると、<u>中心角は1つに決まることに着目させ</u>、中心角と円周角の関係について考えさせる。補助線 OP をひくことで二等辺三角形ができることに着目させ証明に取り組ませる。証明後には振り返りをし、<u>証明の適用範囲について考え</u>させる。3通りの場合に分けて証明することの必要性を確認し、それぞれの証明に取り組む。最初の場合と同じ根拠を利用して証明できることを確認し、3つの証明を関連づける。</p> <p>弧が等しければ円周角の大きさが等しくなることに着目し、弧の場所が異なっていたり、異なる円だったりしても弧が合同であれば円周角の大きさも等しくなることに気づかせ、<u>円周角の定理を広げていく</u>。円周角が等しいときの弧の長さについてや、<u>特別な場合として弧が半円になる場合について考察</u>していく。</p>	円周角と中心角・弧と円周角	帰納・演繹	適用範囲を広げる・条件を変える	<p>・円周角と中心角の関係の証明を、3つの場合に分ける必要性を考え、それぞれの場合について二等辺三角形や外角の性質をもとに考察することができる。</p> <p>【思考・判断・表現】</p> <p>・円周角の意味、円周角と中心角の関係及び同じ弧に対する円周角の性質の意味を理解し、円周角と中心角の関係を用いて、角の大きさを求めることができる。</p> <p>【知識、技能】</p>
⑤⑥円周角の定理の逆	<p>1時間目を振り返り、角度が等しい場所を考えたと、実は円周角の定理の逆であったことを確認する。さまざまな場所における角の大きさを調べたことを想起させ、円周の内部に点を取ると角が大きくなり、外部に点を取ると角が小さくなったことを確認する。このことから<u>転換法の考えに気づき</u>、角度が等しくないということは、どちらかの点が円周上にはないという結論になることを導かせる。3通りの場合に分けられることから、それぞれの場合について考えていく。</p> <p>その後、円周角の定理の逆を利用する問題に取り組む。</p>	角の大小	演繹		<p>・角の大きさと点との位置関係をもとに、円周角の定理の逆について考察することができる。</p> <p>【思考・判断・表現】</p> <p>・円周角の定理の逆の意味を理解し、4点が同一円周上にあるか判断することができる。</p> <p>【知識・技能】</p>
⑦レポート課題					<p>【知識・技能】</p> <p>【思考・判断・表現】</p> <p>【主体的に学習に取り組む態度】</p>

5 本時について

(1) 主題 円と角にはどのような関係があるか。

(2) 指導目標

- ・角度を一定に保つ点の集合がどのような形になるかを帰納的に見いださせる。
- ・点が円周上にない場合は、角度が変わることを実感させる。

(3) 評価規準

【思考・判断・表現】

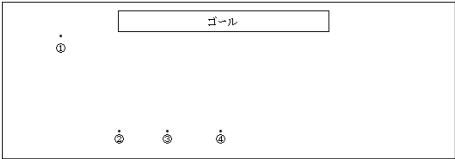
- ・円と角の関係に着目し、帰納的に性質を見いだすことができる。

(4) 指導の構想

本時で働かせたい数学的な見方・考え方は2つある。1つ目は、角度に着目させるということである。生徒は、円をある1点から等しい距離にある点の集合と捉えている。これまでの学習でも角度に着目して点の集合を考えるという場面はほとんどない。等しい距離という見方だけでなく、等しい角度という見方を獲得させる。導入では、シュート地点について距離と角度の2つの視点を考えさせる。ゴールに近いが角度がない点を選択肢に入れることで角度に着目させる。

2つ目は、場所によって角の大きさがどのように変化するかを帰納的に見いだすということである。角度を一定に保つ点の集合が円を描くというだけではなく、その円の内部と外部では角度がどうなるのかにも気づかせたい。これは、円周角の定理の逆で学習する転換法の考え方の素地となる事柄である。展開では、角度が等しくなる点の集合が円になることを見いだした後、他に角度が等しくなる点はないのかを問い、角度がどのように変化するかに着目させる。これらの数学的な見方・考え方が働くような展開にしていきたい。

(5) 本時の展開

段階	学習活動及び活動内容 ・予想される生徒の反応等	時間	指導上の留意点及び評価 ・指導上の留意点 ○評価
導入	<p>1. サッカーを題材として、下記の4ヶ所のどの地点からシュートを打つのがいいか考えさせる。</p>  <p>・ゴールから近い方がいい。 ・近くても角度が小さいと不利。 ・同じ距離ならば、角度が大きい方が有利。</p> <p>2. 角度に着目し、角度が変わらない場所がありそうなことを確認し、学習課題を設定する。</p>	12	<p>・距離と角度という2つに見方があることを確認した上で、角度に着目させる。</p>
展開	<p style="text-align: center;">シュートの角度が35度になる場所を探そう</p> <p>3. iPadを利用して、角度が35度になる場所を探す。 ・角度が一定になる点を取る。 ⇒場所と角度の関係に着目させる。 円になりそうなことに気づいたら、他に等しい角度になる点はないか探させる。</p> <p>4. 学習プリントに、角度が35度になる点の集合を作図する。 ・3点を通る円の作図を行う。</p> <p>5. 作図した線とシュートの角度の関係について確認する。 ・作図した円を利用し、円周角が等しくなっていることを確認する。</p>	33	<p>・角の大きさが、大きくなる、変わらない、小さくなる、の3通りに分けられることに気づかせる。 ○円と角の関係に着目し、帰納的に性質を見いだすことができる。 【思考・判断・表現】 ・もとの事象と照合する。</p>
終末	<p>6. 本時の振り返り</p> <p>7. 振り返りシートを記入する。</p>	5	<p>・帰納的に、円と角の大きさの関係を見いだしたことを確認する。</p>

- 距離と角度という2つに見方があることを確認した上で、角度に着目させる。
 - ⇒ もう少し流れをスムーズにしたい。
 - 正面よりもややサイドを選ぶ人が多い。
- 角の大きさが、大きくなる、変わらない、小さくなる、の3通りに分けられることに気づかせる。
 - ⇒ 円（弧）になるところは出てくる。
 - それ以外にはないとどうして考えられるのかが出てこない。
- もとの事象と照合する。

- 帰納的に、円と角の大きさの関係を見いだしたことを確認する。