

第3学年数学科学習指導案

日 時 平成17年10月18日(火) 2校時
場 所 遠野市立土淵中学校 3年A組教室
学 級 3年A組(男子8名 女子20名 計28名)
指導者 石 井 吉 浩

1. 単元名 「5章 三平方の定理」

2. 単元について

(1) 教育の時代要請

文部科学省では、これからの社会を生きる子どもたちに身につけさせたい「生きる力」の1つの要素として「確かな学力」をあげている。これは、「知識や技能はもちろんのこと、これに加えて、学ぶ意欲や自分で課題を見つけ、自ら学び、主体的に判断し、行動し、よりよく問題解決する資質や能力等まで含めたもの」であり、近年の日本の子ども達の課題として浮かび上がってきたものである。

PISAやIEA等の調査によると、日本の子どもたちの姿として、「知識や技能に優れ、平均的に高い力を有しており、低位の子どもが少ない。」という良さが見られる反面、「判断力や表現力が十分身につけていない」、「勉強が好きだと思う子どもが少ない等、学習意欲が必ずしも高くない」、「最も高いレベルの読解力を有する生徒はOECD平均程度」、「学校の授業以外の宿題や自分の勉強をする時間が少ない等、学習習慣が十分身につけていない」といった課題が明らかになっている。これらの課題を克服するためにも、「確かな学力」を育み、「生きる力」身につけさせることが、今の日本の教育に求められている。

数学科においては、さらに「数学を好きな子ども」がOECD諸国と比較して少ないという課題がある。また、学習定着度状況調査においては、全体的に「数学的な見方や考え方」の落ち込みが目立っている。この原因の一つとして、私達の授業が「知識・理解」、「表現・処理」の定着向上が中心となってしまう、「見方・考え方」への取り組みの甘さがあつたのではないかと思われる。そこにスポットをあて、子ども達の思考活動を大切にしていくことが「数学好きな子ども」を増やし、子ども達に「確かな学力」を身につけさせることにつながっていくのではないかと思われる。そこで、子ども達の「数学的な見方や考え方」を伸ばしていく授業の手立てを組んでいく必要があると考えられる。

(2) 単元全体の教材観

本単元で学習する「三平方の定理」は、直角三角形の3辺の長さの間に見いだすことができる性質である。また、「三平方の定理」は、中学校の図形教材の最後に当たり、図形分野のまとめ的に扱うことのできる教材でもある。

これまで、第1学年では「平面図形」で対称性に着目をして図形の性質を発見したり、作図をしたり、その性質が成立する理由を考察したりしてきた。また、「空間図形」ではさまざまな立体について、性質を直観的にとらえたり、表面積や体積を求めたりしてきた。第2学年では、「平行と合同」で論証によって図形の性質を調べる方法を学び、「図形の性質」では実際に様々な図形の性質について、論証を通して学んできた。

これらの知識をもとに、第3学年では、「相似な図形」で論証をもとにした図形の新たな性質を学びながら、比の性質を用いた計量についても学んできた。それに続いて本章では、三平方の定理が持つ図形の性質の美しさを感じ取らせながら理解を深めさせ、あわせて豊富な応用場面への適用を学ぶことも重要である。実際、章の後半では平面図形や空間図形に定理を活用することにより、この定理の良さ、及び実用性が実感できる。定理そのものの理解と同時に、計量の手段として応用できるようにさせたい。

(3) 生徒について

この学級は授業への意欲の高い生徒が多く、特に3年生になってからは、下位の生徒の頑張りが目立ってきている。しかしその反面、学習の速度の個人差が大きくなってきているのも事実である。そのため、習熟のための時間確保しながらも、早く進む生徒にはワークに取り組みせたり、別な解法を考えさせたりしている。また、小テストを取り入れる等して基礎・基本の定着を図っている。授業では、男子が8名と少人数ながら、直観力や論証への関心の高さをいかし、積極的に取り組んでいる。女子は積極性では男子に譲るものの、問題練習になると熱心で、自分の力で解こうと意欲的に取り組んでいる。また、これまでの学習で、「なぜ」を考えさせ、論証にも取り組んできているが、強い興味を示し、積極的に発言する生徒が見られる反面、面倒に感じて誰かが答えるのを待っているだけといった生徒も見られる。そこで、生徒一人ひとりが自分の考えを大切にしながら授業に取り組む場面を設定していきたい。

(4) 単元全体の指導観

本単元は、古代エジプトでの縄張り師の話とか、古代ギリシャの数学者ピタゴラスによって定理としてまとめられたとされているとかいった、この定理にまつわる歴史的な背景や逸話の紹介等を通して、生徒の興味・関心を引き出す工夫ができる教材である。そこで、本単元の導入に当たっては、こうした話題や定理自体の美しさの感得を通して、学習への関心・意欲を高めさせたい。そして応用では、三平方の定理を利用して、正三角形の高さを求めたり、特別な直角三角形の辺の長さを求めたり、平面図形や空間図形のいろいろな長さを平方根や2次方程式の解き方を使って求めることによって、三平方の定理の良さや有用性を認識させるとともに、既習内容がいかにされていることにも注目させ、数学の有用性や美しさを再認識する機会にさせたい。また、数学に対して苦手意識を持っている生徒には、簡単な問題から一歩ずつ取り組めるような指導の工夫、得意な生徒や好きな生徒には多様な考え方を求めたり、より高度な問題を用意する等の工夫をしていくことにより、本章の学習内容を理解させ、一人ひとりを伸ばすことができるように努めたい。

3. 単元目標および評価規準

(1) 数学への関心・意欲・態度

直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作や実験等を通して調べ、共通な性質を見いだそうとする。

三平方の定理の意味や証明の仕方に関心を持ち、それらを調べようとする。

3辺の長さがどのようなとき直角三角形になるかということに関心を持ち、それを調べようとする。

いろいろな問題の解決に、三平方の定理を利用しようとする。

(2) 数学的な見方や考え方

直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、観察、操作や実験を通して考え、帰納的に共通な性質を見いだすことができる。

三平方の定理の証明の仕方を知り、考えることができる。

三平方の定理の逆の証明について考えることができる。

いろいろな図形の中に直角三角形を見いだしたり、補助的につくり出したりする等工夫して、様々な問題解決に三平方の定理を適用することができる。

(3) 数学的な表現・処理

三平方の定理を用いて、直角三角形の2辺から残りの辺の長さを求めることができる。

三角形の3辺の長さがわかっているとき、直角三角形かどうかを判定することができる。

三平方の定理を用いて目的とする辺や線分の長さを求めることができる。

(4) 数量、図形等についての知識・理解

三平方の定理とその逆を理解する。

特別な直角三角形の辺の比を理解する。

4. 単元の指導・評価計画(全13時間)

時 節	項 目	指導内容	主 な 評 価 規 準			
			数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形等についての知識・理解
1	1 節	(1) 直角三角形の3辺が作る正方形の面積の関係の発見と検証	直角三角形の3辺の長さの関心に興味をもち、操作等を通して調べたり、確かめようとしていたりしている。	直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作や実験等を通して共通な性質を帰納的に見いだすことができる。		
2	方 法 の 定 理	三平方の定理の証明	三平方の定理の意味や証明の仕方に関心をもち、調べようとしている。	三平方の定理を演繹的に証明することができる。		三平方の定理の式を図と関連付けながら覚えることができる。
3		三平方の定理を適用し、辺の長さを求める問題	公式に当てはめて辺の長さを求めようとしている。		直角三角形の2辺の長さから、残りの1辺の長さを求めることができる。	
4	(2) 三平方の定理の逆の証明と直角三角形かどうかの判別		三平方の定理の逆の証明を考えることができる。	三角形の3辺の長さがわかっているとき、直角三角形かどうかを判定することができる。	三平方の定理の逆を理解する。	
5	基本の問題	基本問題 (数学のまど)	これまでの学習内容を想起し、問題に取り組みようとする。		定理を用いて問題を解くことができる。	

6	2 節 三 角 形 へ の 応 用	(1) 三平方の定理を利用しての正三角形や二等辺三角形の高さの求め方。	二等辺三角形や正三角形の高さが三平方の定理を用いて求められることに気づき、問題に取り組もうとする。	二等辺三角形や正三角形の中に高さを含む直角三角形を見いだすことができる。	三平方の定理を用いて、二等辺三角形や正三角形の高さを求めることができる。	
7	平 方 の 定 理 の 応 用	特別な直角三角形の辺の比とその利用			特別な直角三角形の辺の比を利用して未知の辺の長さを求めることができる。	特別な三角形の3辺の比を理解する。
8	理 の 応 用	円の接線や弦の長さの求め方と2点間の距離の求め方		接線や弦と半径で直角三角形ができ、三平方の定理を適用できることに気づく	三平方の定理を適用して接線や弦の長さを求めることができる	
9	(2) 空 間 図 形 へ の 応 用	三平方の定理を用いた直方体の対角線の求め方	空間図形の中に直角三角形を見出そうとしている。	立体の辺と対角線で直角三角形ができることに気づくことができる。		
10	三 平 方 の 定 理 を 用 い た 角 錐 や 円 錐 の 高 さ と 体 積 の 求 め 方	三平方の定理を用いた角錐や円錐の高さと体積の求め方		角錐や円錐の高さを含んだ直角三角形を見いだすことができる。	三平方の定理を適用して角錐や円錐の高さを求め、それをもとに体積も求めることができる	
11	(3) 各 種 の 図 形 へ の 応 用	三平方の定理を活用した最短距離の求め方と三平方の定理と方程式を組み合わせる図形問題	いろいろな問題の図の中に直角三角形を見出し、三平方の定理を用いて問題を解こうとする。	立体の表面を通る最短距離を求めるには、展開図を用いると良いことに気づくことができる。		
12	基本 の 問 題	基本の問題	これまでの学習内容を想起し、問題に取り組もうとする		いろいろな図形の問題に、三平方の定理を適用して解くことができる。	
13	章 の 問 題 A	章の問題A		いろいろな図形の問題に直角三角形を見いだしたり、補助的に作りだしたりする等工夫して、様々な問題解決に三平方の定理を適用することができる。	いろいろな図形の問題に、三平方の定理を適用して解くことができる。	

5. 本時の指導

(1) 本時の目標

直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に関心を持ち、操作等を通して調べ、共通な性質を見いだそうとする。
(数学への関心・意欲・態度)

直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作等を通して考え、共通な性質を帰納的に見いだすことができる。
(数学的な見方や考え方)

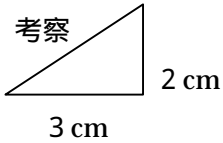
(2) 本時の評価規準

具体的評価目標	具体的評価規準		
	十分に満足できる(A)	おおむね満足できる(B)	努力を要する(C)生徒への手立て
直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に関心を持ち、操作等を通して調べ、共通な性質を見いだそうとする。	直角三角形の3辺の間に成り立つ関係を、複数の方法で調べたり、いろいろな直角三角形で考えようとしたりする。	直角三角形の3辺の間に成り立つ関係を、操作等を通して調べたり、自分の考えた直角三角形で確かめようとしたりする。	求積可能な図形を組み合わせて求めることを助言する。(ヒントカードを利用する)
直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、操作等を通して考え、共通な性質を帰納的に見いだすことができる。	直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係に気づき、それをいくつかの図で確かめたり、説明したりすることができる。	みんなの発表をもとに、直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係に気づくことができる。	作業中の机間巡視の際に3つの正方形の面積を比べさせるようにさせる。



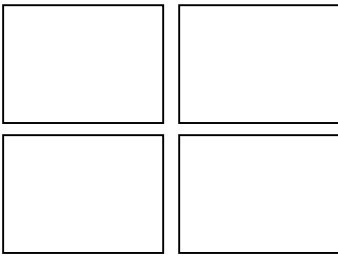
(3) 本時の展開

段階	学習内容	学習活動		指導上の留意点
		教師の働きかけ	生徒の活動	
導入 10分	1 ピタゴラスが見た石畳をもとにした考察	・石畳からピタゴラスがどんな事に気づいたかを考えさせる	・石畳の図に、多くの正方形と直角二等辺三角形があることに気づく	・初めは黒板の図だけで考えさせ、その後に学習プリントを配布する ・正方形1マスで1cm ² 、とし、下位の生徒には直角二等辺三角形の枚数で数えさせる。別の直角三角形も提示し、学習課題につなげる
	2 学習課題の設定	・図の正方形の面積を考えさせた上で、ピタゴラスの発見が直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係であることを知らせる	・直角二等辺三角形の3辺がつくる3つの正方形の面積を調べる	

直角三角形の3辺がつくる3つの正方形の面積の関係を考えてみよう

展 開 32 分	3 図の直角三角形の3辺がつくる正方形の面積を考察		<ul style="list-style-type: none"> ・2辺がつくる正方形の面積を確かめた上で、斜辺がつくる正方形の面積に注目させ、その面積を考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・斜辺がつくる正方形の面積に注目し、予想をたてた上で、図に書き込みをしながらその面積を考える。 <p>予想される考え方</p> <ul style="list-style-type: none"> ・升目を数える ・正方形をいくつかの図形に分割して、求める ・正方形の周りを囲む正方形から余計な部分を引く ・一部を切り取り移動させ、求めやすい形に変形する 	<ul style="list-style-type: none"> ・早く答が出た生徒には、他の方法も考えてみるようにさせる。行き詰っている生徒には、それぞれの思考型に合わせてヒントカードを見せる。 ・数名の生徒を指名し、図に書き込ませて発表の準備をさせる。 <p>(評価 机間巡視)</p>
	4 面積の検証	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒に前に出てもらい、様々な思考型を説明させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・発表者は図を用いて説明、他の生徒は自分の考えと比較しながら聞く。つけたしがあれば発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・つけたし等がないか、みんなに問いながら扱う。 	
	5 直角三角形の3辺がつくる正方形の面積についての考察	<ul style="list-style-type: none"> ・自分でかいた直角三角形について調べさせる。自分が考えた方法以外のやり方で解かせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・自分で直角三角形と3つの正方形をかき、面積を考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ・下位の生徒にもなるべく や で取り組ませるようにする。 <p>(評価 ・ 机間巡視)</p>	
	6 面積の検証	<ul style="list-style-type: none"> ・複数の図形で確かめることができるよう、数名を指名する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・発表者は図を用いて説明する。他の生徒は確かめながら聞く。 	<ul style="list-style-type: none"> ・なるべく中位や下位の生徒にも発表させるようにする。 	
	7 性質の発見	<ul style="list-style-type: none"> ・たくさんの図に共通する性質を問う 	<ul style="list-style-type: none"> ・多くの例の中から、帰納的に性質を発見する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・多くの例を掲示し、生徒に実感を持たせるようにする <p>(評価 発表)</p>	
終 末 8 分	8 まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ・直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係をまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係を確かめながらまとめをかく。 	<ul style="list-style-type: none"> ・斜辺と直角をはさむ2辺の関係であることに注目させる。本時は帰納的に考えるだけに留める。 	
	9 自己評価	<ul style="list-style-type: none"> ・プリントに自己評価を記入させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・本時を振り返りながら自己評価をする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・感想(自由記述)も書かせるようにする。 	

(4) 板書計画

<p>ピタゴラスの石畳の図</p>	<p>学習課題 直角三角形の3辺がつくる正方形の面積の関係を調べよう。</p>		
<p>二等辺 三角形</p>	<p>直角三角形</p>	<p>問題</p>	<p>問題</p>
			
<p>解き方</p>		<p>まとめ 直角三角形の直角をはさむ2辺がつくる正方形の面積の和は、斜辺がつくる正方形の面積に等しい。</p>	