数学科(数学Ⅱ)学習指導案

岩手県立大船渡高等学校
教諭　松平　日出男

1　日　時　平成１８年１０月１９日（木）７校時（14:55～15:40）
2　場　所　大船渡高校会議室
3　学　級　２年４組（女子３５人）
3　教科書　数学Ⅱ（実教出版）、副教材　クリアー数学Ⅱ完成ノート
4　単元名　第５章　微分法と積分法、第２節　導関数の応用（方程式・不等式の応用）
5　単元について

(1)　教材について

微分の学習では、中学での『直線の傾きと平均変化率』の学習や２年次の『図形と方程式』での傾きの概念が大切な導入であると考えている。微分の導入時に十分時間をかけて微分係数の概念を理解させたい。

また、微分の規則性は分かりやすい。しかし、微分の定義の図形的な理解と『ｘに対応して微分係数が定まる』という、関数の対応の概念も常に意識させて、問題解決の手法の一貫性も持たせたいと考える。

３次関数の指導では、関数のもつ対称性（変曲点の存在）や極値をもつ条件など導関数(２次関数)の役割を意識させて、この分野のすっきりとした、筋道の通った論理性を楽しめる授業を行いたい。

(2)　生徒について

授業クラスの２年４組は、理系３クラスのうちの将来、数Ⅲを必要としない生徒から構成されている。ほとんどの生徒は看護または医療技術系への進学を志望しており、一部は生活科学系等を志望している。

数学のレベルは本校の中位の生徒が多く、数学が不得意であったり、かなり苦手意識がある生徒もいるが、授業への参加姿勢は良好で、進路目標達成に向けて努力しようとする意識の高いクラスである。

授業は『丁寧に』を意識して進めている。しかしまた、大学進学を志望する生徒も多いので、基本から応用までを合言葉に、意識を高めながら授業を進めている。

(3)　指導方針(本単元の指導について)

「導関数の応用」では①接線の応用、②増減表を用いた応用が中心で、特にも②では、極値の問題、最大最小の問題、方程式の解への応用、不等式への応用が主要である。本時は、その中の方程式の解への応用である。

本時は、グラフから実数解の個数と解の存在範囲を考察し、さらに３次関数のグラフの平行移動の演示から、３次方程式の実数解の個数と極値の符号の条件まで導き出したい。教科書の例題はこの条件を用いて解き、『文字定数の分離による解法』は次の授業で扱う。

6　単元の目標と評価規準

①　単元の目標

- 3 次関数などの高次関数のグラフのもつ様々な性質を導関数から直感的に捉えることができ、３次関数の美しさを味わう。
- 導関数の応用として、接線のさまざまな問題が解ける。
- 増減表をもとに、グラフの概形や最大値・最小値、極値について調べ、分析することができる。
- 方程式の解の存在を調べたり、不等式の証明ができる。

②　評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
微分係数の図形的意味に関心をもつ。 グラフをかくことや、関数の最大値・最小値を求めたり、方程式の解の存在を調べたり、不等式を証明するときに導関数を積極的に活用しようとする。	平均変化率と極限を用いて、瞬間の速さや微分係数を考察することができる。 導関数を計算して、増減表を作成し関数の値の変化を調べ、方程式の解の存在や不等式の証明を考えることができる。	定義に従って微分係数や、導関数を求めることができる。 様々な接線の方程式が求められる。 増減表を活用して関数の値の変化を調べたり、グラフをかくことができる。	平均変化率、瞬間の速さ、極限値、微分係数の知識を身に付けている。 微分係数と導関数の関係を理解している。 接線の傾きと導関数の関わりを理解している。 導関数の符号の変化と関数の増加減少の関連を理解している。

7　指導計画

１節　微分係数と導関数　①平均変化率と微分係数　（２時間）
　　②導関数　（３時間）

２節　導関数の応用　①関数の導関数とグラフ
　　微分係数の図形的意味と接線の方程式　（１時間）
　　関数の値の増加・減少　（１時間）
　　関数の極大・極小とグラフ（２時間）

演習問題　　　　　　　　　（２時間）
②いろいろな応用
関数の最大値・最小値　　（１時間）
方程式・不等式への応用　（２時間）
方程式の解とグラフ　　　（２時間）本時はその１時間目
章末演習・発展問題　　　（２時間）

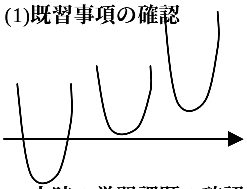
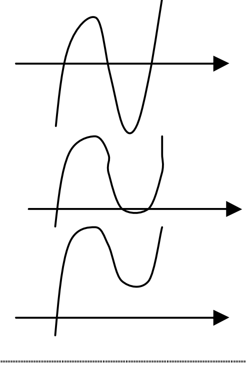
８　本時の展開

(1) 本時の目標

３次方程式の実数解の個数と、３次関数のグラフとｘ軸の共有点の個数との関係を理解し(知識・理解)、３次関数のグラフから３次方程式の実数解の範囲を考察することができる(数学的な見方や考え方)。

３次方程式の実数解の個数と、３次関数の極値の符号との関係を理解し(知識・理解)、３次方程式の解が存在する条件を、３次関数の極値の符号の変化を用いて考察することができる(数学的な見方や考え方)。

(2) 授業展開案

段階	学習項目	学習活動	指導上の留意点	評価
導入 5分	(1)既習事項の確認  (2)本時の学習課題の確認	2次方程式の解の判別 問　2次方程式$ax^2+bx+c=0$の解の判別 問いかけて、図示して確認する． 実数解の個数はグラフとｘ軸との交点の個数と一致することを確認する。 では、3次方程式$ax^3+bx^2+cx+d=0$の実数解の個数を求める方法を理解しよう．（本時の目標）	グラフと解の判別を発問しながらまとめる。 本時の目標を明確に示す。	発問による確認
展開 (35分) 10分	(1)例題(プリントでの作業) 次の方程式の解を調べる ① $x^3-3x^2+1=0$ ② $x^3-3x^2+4=0$ ③ $x^3-3x^2+5=0$ ④ $x^3-3x^2=0$ ⑤ $x^3-3x^2-2=0$	①、②はあらかじめ、プリントにグラフをかいておく。③を生徒に作業させて、グラフをかかせる。 この中で、ｘ軸との交点の個数の変化から、実数解の個数の変化に気づかせる。 ④、⑤はグラフの概形をかかせる。	生徒に作業する時間を与え、②はしっかりとグラフをかかせる。 ③は①、②とどこが違うか、問いかける。 ④、⑤は予想してかかせる。	数学的な見方や考え方 知識・理解 机間指導、助言、発表
5分	(2)　(1)のまとめ $x^3-3x^2+k=0$の実数解の個数を考察する。	グラフを針金で作り、黒板上で上下に平行移動させながら、実数解の個数の変化を、生徒に問いかける。 はじめは、漠然とした、個数の変化を確認する。 次に、kの値で、実数解の個数の変化を考察する。	(1)をもとに、kの値の変化による、実数解の個数の変化をまとめる。	発問と生徒の発言
5分	(3)一般的まとめ 3次方程式の実数解の個数 	一般的な実数解の個数と極値の符号関係を導き出す。 極大値と極小値が異符号のとき、実数解は３個 極大値または極小値が０のとき、実数解は、重解を2個として、３個 極大値と極小値が同符号のとき、実数解は１個	発問して、条件を引き出す。 針金のグラフを移動させながら、極値の同符号と異符号がグラフとｘ軸の交点の個数に関わることを発見させる。	発問と生徒の発言 （同符号と異符号）
7分	(4)例題（教科書の演習）	まとめでの結果を利用して、異なる３個の実数解をもつ問題を解く。	板書して、説明する。	
8分	(5)演習	例題にそって、各自で解かせる。		数学的な見方や考え方 知識・理解 机間指導、助言
まとめ ５分	答え合わせとまとめ 課題の指示と次回の予告		板書して、答え合わせ	