数学科(数学 C)学習指導案

岩手県立釜石南高等学校
教　諭　千葉　賢

1　日　時　平成１８年１１月　９日（木）７校時（14:55〜15:40）
2　場　所　釜石南高校３－４教室
3　学　級　３年４・６組（男子２２人　女子５人　計２７人）
3　教科書　数学Ｃ（東京書籍)、副教材　チャート式解法と演習ⅢC（数研出版）
4　単元名　第１章　行列とその応用　第１節　行列
5　単元について
(1)　教材について
　行列は長方形状に配列した数の組に演算を定義することで、多変量を同時に扱える道具として利用できるが、数学Ｂにおけるベクトルですでにそれらしい演算の定義等は行っている。ただしベクトルの場合は高校の学習においては矢線による表現に代表されるようにどうしても図形的な要素が強くでるが、そうではなく、単純に数の組の演算を導入し、その意義を捉え直していきたい（数ベクトルとの関連)。演算の定義に関しては実数と通じるところも多いが、零因子の存在や交換法則が成り立たないことなど違いも多い。そのあたりの演算の独特な性質を問題演習等を利用して習得させていきたい。また、連立方程式の解法や１次変換などに関しても、逆行列が存在すれば、表計算ソフトで連立方程式が解けるということ、存在しない場合の図形的意義、更には固有値、固有ベクトルの存在など興味深い内容がたくさんあるので指導者側が感ずる面白さを伝えられるような授業を展開していきたい。
(2)　生徒について
　３年理系・理数科の生徒のうち受験で数学Ⅲ，数学Ｃを必要とする者を集めたクラスであり、学年でも成績が最上位の生徒から最下位に近い者までおり学力レベルは均質ではない。課題等には意欲的に取り組む生徒が多く、授業も概ね集中しているが、数学的内容をとことんまで考える「数学オタク」的な生徒や、多少の面倒な計算もグイグイと進めていくような力強さを感じさせる生徒はおらず、指導する側としては多少物足りない。
(3)　指導方針(本単元の指導について)
「行列」では①行列とその成分、②行列の加法・減法・実数倍、③行列の乗法、④行列の乗法の性質、⑤逆行列などの指導事項があり、特に④、⑤に関しては既習事項の中で扱ったことのないタイプの演算なので、計算の習熟が必要と思われる。本時は④の中でもケーリー・ハミルトンの定理等を利用した行列のｎ乗計算に関する事項を扱う。ｎ乗の計算に関しては色々な場面やその場面に応じた解法があるが、数列における隣接３項間の漸化式（$a_1=a$，$a_2=b$，$a_{n+2}+pa_{n+1}+qa_n=0$というタイプ）の解法との類似性を見出し、漸化式を解き第 n 項 a_n を求める手順と同様にして、行列Ａに成り立つ２次式から A^n を求められるようにしていきたい。整式の割り算の剰余を利用したもの、２項定理の利用、対角化などに関しては前時、あるいは次時で扱う。
6　単元の目標と評価規準
①　単元の目標
- 行列およびその成分について知り、行列の相等を定める。
- 行列の加法・減法・実数倍を定義し、それらについて成り立つ計算法則を確認する。
- 行列の乗法を定義し、乗法に関する計算法則を確認する。
- 単位行列・零行列、およびそれらの性質について知る。
- 零因子の存在について知る。
- 行列の乗法について交換法則が成り立たないことを確かめる。
- 逆行列の存在について考察し、２次正方行列の逆行列の公式を導く。

②　評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
行列は多変量を同時に扱うことができ、それによって多元的なものを考察できることに関心をもつ。 実数の演算との類似性、相違点に着目し、行列演算の独自性に興味をもつ。	行列の演算に関して、加法・減法・実数倍まではベクトルと同様であることを確認して計算を進めることができる。 行列同士の積に関して、基本は行ベクトルと列ベクトルの内積であることを確認して計算を進めることができる。単位行列・零行列、およびそれらの性質について知る。行列の乗法について交換法則が成り立たないことを確かめる。	定義に従って行列の演算を進めることができる。 ハミルトン・ケーリーの定理などを用いて行列Ａと単位行列Ｅ、零行列Ｏとの間に成り立つ式を求めることができる。 逆行列の存在の有無を確認し求めることができる。	行列の成分・相等・演算等の定義を理解している。 行列の演算に成り立つ性質で実数の演算との類似性や相違点について理解している。 逆行列が存在する条件、しない条件を理解している。

7　指導計画

１節　行列	①行列とその成分	（２時間）
	②行列の加法・減法・実数倍	（３時間）
	③行列の乗法	(3 時間)
	④行列の乗法の性質	(4 時間)　本時はその 1 時間
	⑤逆行列	(4 時間)
２節　行列の応用	①連立方程式と行列	(3 時間)
	②行列による点の移動	(4 時間)
	③原点の周りの回転	(2 時間)
	④移動の合成と行列の積	(3 時間)

8　本時の展開

(1) 本時の目標

数列における 3 項間の漸化式の解法を確認し(知識・理解)、行列 A に成り立つ式から A^n の求め方を考察することができる(数学的な見方や考え方)。

ハミルトン・ケーリーの定理から、行列 A に成り立つ式を求め(表現・処理)、隣接 3 項間の漸化式と同様な解法手順で A^n を求めることができる(表現・処理)。

(2)　授業展開案

段階	学習項目	学習活動	指導上の留意点	評価
導入 ８分	①既習事項の確認 プリント $\boxed{\text{check 1}}$ $a_1=1$, $a_2=5$　$a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=0$　($n=1, 2, 3, \cdots$) で定められる数列$\{a_n\}$がある。 (1)　$a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$となるように α, β を定めよ。 (2)　数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。 ②本時の学習課題の確認	「隣接 3 項間漸化式の特性方程式を用いた解法を確認しよう。」 「行列の A^n を求める際も同様の手順で求めることができます（本時の目標)。」	特性方程式の確認 漸化式の係数と特性方程式の解の関係 本時の目標を明確に示す。	発問による確認
展開 (3２分) ５分	③プリント $\boxed{\text{check 2}}$ 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ と、単位行列 E, 零行列 O に対して、$A^2-(\alpha+\beta)A+\alpha\beta E=O$ が成り立つような実数の組(α, β)を求めよ。	行列 A に関して成り立つ 2 次式をハミルトン・ケーリーの定理で求めさせる。 係数を比較し、(α，β)を求めさせる。	ハミルトン・ケーリーの定理の確認 A が単位行列 E の実数倍でないことに注意する。	知識・理解 表現・処理 机間指導 助言、発表
７分	④A^n の求め方 $\boxed{\text{Question}}$　行列 A を $A=\begin{pmatrix}-1 & 4\\ -2 & 5\end{pmatrix}$ とする。次の問に答えよ。 (1)　$A^2-4A+3E=O$であることを示せ。 (2)　$A^{n+1}-A^n=3^n(A-E)$であることを示せ。	（1）と同様の式操作を行うことで（2）まで導く。（2）を解く際に、導入で行った漸化式の解法と照らし合わせる。	(1)をもとにする。	数学的な見方や考え方 発問と生徒の発言
１０分	⑤一般的まとめ $\boxed{\text{Question}}$　(3)　行列 A^nを求めよ。	A^{n+1} と A^n の関係式を 2 組つくり，A^{n+1} を消去して A^n を求める。	発問して、条件を引き出す。	数学的な見方や考え方 表現・処理 発問と生徒の発言
１０分	⑥演習 $\boxed{\text{Training}}$ 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ に対して，A^nを求めよ。	まとめでの結果を利用して、小問なしで A^n を求める。	最後に板書して、答え合せをする。	数学的な見方や考え方 知識・理解 机間指導、助言
まとめ ５分	$\boxed{\text{Seif　check！}}$の作成 課題の指示と次回の予告	自己評価表に記入。	プリントを回収する。	関心・意欲・態度