

【平成21年度「授業力ブラッシュアッププラン」授業力向上研修会】

第2学年 数学科学習指導案

日時：平成21年9月8日（火）

場所：花巻市立大迫中学校 2年A組教室

学級：2年A組（男子11名、女子16名）

少人数指導普通コース

（男子4名、女子13名）

指導者：高橋 信昌

共同研究者：内藤 正之（南城中学校）

似内 美奈子（湯口中学校）

1 単元名 1次関数

2 単元について

(1) 時代要請

平成20年度学習定着度状況調査の結果概要については、全体の正答率は中1で58%（昨年度63%）、中2で55%（昨年度58%）と一昨年度と比較し下がっている。また、観点毎の正答率は次の通りである。

ア 中1では一昨年度と比較し、「数量、図形などについての知識・理解」は14ポイント上回ったが、「数学的な見方や考え方」は17ポイント、「数学的な表現・処理」は7ポイント下回っている。

イ 中2では一昨年度と比較し、「数学的な表現・処理」は1ポイント上回ったが、「数学的な見方や考え方」は9ポイント、「数量、図形などについての知識・理解」は4ポイント下回っている。

中1の比例関係の根拠を説明する問題は3年連続して正答率(43%)に変化が見られなかったり、中2の式を読み取ったり、式を解釈することが例年正答率が低いことが明らかになっている。そこで、ア、イの観点の結果からもわかるとおり、根拠を明確にした説明（表現）力をつけなければならないことが必要と考えられる。

新学習指導要領の目標が次のように示されている。

数学的な活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

私たちは「活用」を意識した授業を構想し進めていかななければならないが、数学科における「活用」に関する学習活動とは次の通りである。

- ①物事を数・量・図形などに着目して観察し、的確にとらえられる活動
- ②与えられた情報を分類整理したり、必要な物を適切に選択したりする活動
- ③筋道を立てて考えたり、その考えの過程を振り返って説明したりする活動
- ④事象を数学的に解釈したり自分の考えを言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いて、数学的に表現したりする活動

定着率に落ち込みが目立つ③④の活動を伸ばすため、授業の中に「活用する」場面を意図的に設定していくことが必要となると考える。

## (2) 単元全体の教材観

新学習指導要領では、第2学年の関数領域の目標が次のように示されている。

具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

第1学年における比例、反比例の学習を通して育てた関数的な見方や考え方を、第2学年では一層深めることになる。すなわち、第1学年では比例、反比例について、表、式、グラフなどを用い変化や対応などを調べることを通して、伴って変わる二つの数量の間に成り立つ一意対応の関係として関数関係を見だし表現し考察する能力を培っている。第2学年では、これらを基に、具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解できるようにする。さらに、二元一次方程式を二つの変数の間の関数関係としてとらえたり、関係を見だし表現したりして、方程式で表されたいろいろな事象を考察することができるようにする。

さまざまな問題解決において、既知の事柄をつかって解決をはかろうとする態度を養うことが「関数」指導の意義である。様々な事象の中にある一次関数を見いだすことを通して、関数は、自然現象や社会現象を能率的に記述し考察するために生まれてきたものであり、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目して、それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効であることに気づかせたい。

## (3) 生徒について

本校では2年生と3年生において少人数指導を実施している。編制は普通コースと基礎コースの習熟度別で、人数も均等ではない。

1次関数の導入において比例・反比例の復習を行ったが、比例の特徴を挙げさせると、「片方が増加すればもう一方も増加する。」という考えを持っている生徒が多く、このことから「片方が増加するともう一方が減少するのは反比例」という誤りも見られた。また、比例・反比例の一般式は覚えているが、変数 $x$ 、 $y$ の積の値が一定である関係が反比例であることについては、忘れていた生徒が多かった。

普通コースの生徒は意欲的に授業に取り組む姿勢は伺えるが、挙手や発言等積極性に欠ける面が見られる。また、関数にはやや苦手意識をもっている生徒も見られるため、定着度に差が見られるようになった。

## (4) 単元全体の指導観

小学校においては、関数的な関係を表、グラフなどによって考察したり、数量の関係を調べたりして、数量の関係の考察や処理に表やグラフなどを有効に用いたりすることを学習してきた。中学校第2学年においては、第1学年における比例や反比例を基に、伴って変わる二つの数量の間に成り立つ一意対応の関係として関数を理解し、表、式やグラフを通して1次関数について理解できるようにする。さらに、2元1次方程式 $ax + by + c = 0$ は2つの変数 $x$ 、 $y$ の関係を表す式とみることができるところから、方程式と関数が統合的に理解され、連立方程式や2次関数の理解へと発展していく。

このように、1次関数は、1次式の範囲で頂点にたつ内容として位置づけられている。これまでに、数は有理数にまで拡張され、文字を使っていろいろな量を表し、1次方程式、連立方程式などを用いて問題解決を図ってきた。1次関数はこれらの学習を総合した内容をふくんでいる。このことをふまえながら、1次式のまとめとなる本単元の学習をしっかりと定着させていきたい。

### 3 単元の目標

【数学への関心・意欲・態度】

1次関数に関心をもち、その特徴を表、式、グラフなどを使って調べようとする。

【数学的な見方や考え方】

1次関数の特徴を比例と関連づけて考察したり、2元1次方程式との関連を考えたりすることができる。

【数学的な表現・処理】

1次関数のグラフをかいたり式を求めたりすることや、1次関数の式やグラフを適切に用いて事象を表現したり処理したりすることができる。

【数量、図形などについての知識・理解】

関数や1次関数の意味、1次関数の式やグラフの特徴を理解することができる。

### 4 単元の指導計画・評価計画

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方や考え方	表現・処理	知識・理解
1	関数	○具体的な事象のなかにある、ともなって変わる2つの量に関心をもち、式に表そうとしたり、対応を考えたりしようとしたりする。	○具体的な事象のなかから、関数関係にある2つの量を見いだすことができる。	○具体的な事象の中にある2つの量の関数関係を、「～は…の関数である」といういい方で表現することができる。	○関数の意味や、関数を考えることのよさを理解している。
2	1次関数	○1次関数となる具体的な事象に関心をもち、式に表したり、式の特徴について、1年の比例や反比例の式と比べるなどして調べようとしたりする。	○式の形から、1次関数と比例の関係や、1次関数と反比例のちがいを考察することができる。	○1次関数となる具体的な事象について、数量の間の関係を式に表すことができる。	○1次関数の意味を理解している。 ○式の形から、比例が1次関数の特別な場合であることや、反比例は1次関数ではないこと理解している。
3	1次関数の値の変化	○1次関数の値の変化に関心をもち、xの値の変化がいろいろな場合について、変化の割合を調べようとする。	○xの値の変化がいろいろな場合について、変化の割合を調べ、1次関数の変化の割合は一定であることに気づく。 ○変化の割合が示している具体的な数量を考察することができる。	○1次関数の変化の割合を求めることができる。 ○変化の割合とxの増加量からyの増加量を求めることができる。	○1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は、一定の値 $a$ であることを理解している。 ○yの増加量はxの増加量に比例することや、 $a$ はxが1だけ増加したときyの増加量であることを理解している。 ○反比例では、変化の割合は一定ではないことを知る。

4 5 6 7	1次関数の グラフ	<p>○1次関数のグラフに関心を持ち、そのグラフをかいてみようとする。</p> <p>○1次関数の特徴を、グラフからよみとろうとする。</p>	<p>○1次関数のグラフと比例のグラフとを比較し、1次関数の特徴を考察することができる。</p> <p>○<math>y = ax + b</math>の<math>a</math>や<math>b</math>の意味とグラフの特徴を関連づけて考察することができる。</p>	<p>○1次関数のグラフを点をプロットしてかき、比例のグラフとの関係を調べることができる。</p> <p>○切片や傾きを使って、1次関数のグラフをかくことができる。</p> <p>○1次関数のグラフから、1次関数を求めることができる。</p> <p>○1次関数のグラフを用いて、<math>x</math>の変域に対応する<math>y</math>の変域を求めることができる。</p>	<p>○切片や傾きの意味を理解している。</p> <p>○1次関数のグラフの特徴を理解している。</p> <p>○直線の式の意味を理解している。</p> <p>○1次関数の変域をグラフをもとにして調べる方法を理解している。</p>
8	1次関数を 求めること	<p>○1次関数の式が決定するための条件を考えようとする。</p>	<p>○1次関数の求め方について、計算による求め方とグラフによる求め方を関連づけて考察することができる。</p>	<p>○いろいろな条件をみたく1次関数を求めたり、その手順を説明したりすることができる。</p>	<p>○条件をみたく1次関数を求める手順を理解している。</p>
9	基本の問題				
10 11	2元1次方 程式のグラ フ	<p>○2元1次方程式で、<math>x</math>に対応する<math>y</math>の値を求め、2元1次方程式のグラフがどのようになるかを調べてみようとする。</p> <p>○<math>ax + by + c = 0</math>で、<math>a</math>や<math>b</math>が0のときのグラフについて調べてみようとする。</p>	<p>○2元1次方程式を2つの変数の関数関係ととらえることができる。</p> <p>○2元1次方程式のグラフを、その2元1次方程式の解の集合であることができる。</p> <p>○<math>ax + by + c = 0</math>で、<math>a</math>や<math>b</math>が0のときのグラフについて考察することができる。</p>	<p>○2元1次方程式を、<math>y = ax + b</math>の形になおして、傾きと切片をもとにしてそのグラフをかくことができる。</p> <p>○2元1次方程式のグラフを、通る2点の座標を求めてかくことができる。</p> <p>○<math>y = k</math>のグラフをかくことができる。</p>	<p>○2元1次方程式のグラフの意味や、それが1次関数のグラフとなることを理解している。</p> <p>○<math>y = k</math>のグラフが<math>x</math>軸に平行な直線になることを理解している。</p>
12	連立方程式 とグラフ	<p>○連立方程式の解がグラフを利用して求められることに関心を持ち、連立方程式の解をグラフをかいて求めようとする。</p>	<p>○2つの2元1次方程式のグラフの交点の座標を、連立方程式の解と見ることができる。</p>	<p>○グラフを利用して連立方程式を解くことができる。</p> <p>○連立方程式を解いて、グラフの交点の座標を求めることができる。</p>	<p>○連立方程式の解が、2つの2元1次方程式のグラフの交点の座標であることを理解している。</p> <p>○連立方程式を解いて、グラフの交点の座標が求められることを理解している。</p>

13 14	1次関数の 利用 (本時 2/2)	○身のまわりの問題を、 1次関数やそのグラフを 利用して解決しようとす る。	○実験で得られた数値の 関係を、1次関数と見て 考察することができる。 ○図形の辺上を動く点が つくる図形の面積の変化 のようすをとらえること ができる。 ○1次関数のグラフから 具体的な場面をよみとつ たり、そのグラフを利用 して問題を解決したりし て、グラフのよさに気づ く。	○具体的な問題を、1次 関数やそのグラフを利用 して解決することができ る。	○身のまわりの事象を、 それを1次関数とみて問 題を解決することができ ることを理解している。 ○1次関数のグラフを利用 して問題解決すること を通して、グラフのよさ を理解している。
15	基本の問題				
16	章の問題				

## 5 本時の指導

### (1) 主題 図形と1次関数

#### (2) 指導の構想

1次関数指導の最終的な目標は、具体的な事象のなかから1次関数を見だし、その関数関係を利用して問題解決をはかっていくことである。教科書においてはグラフの有効利用場面としてダイヤグラムも取り上げているが、他領域においても関数の考えが利用できることを考察するのが本時である。点Pが長方形の辺を動く距離に伴い三角形の面積が変化していくことについては容易にとらえられると思われるが、その関係を一つの式に表そうとすると容易にはできないことに気づく。変域によってその関係が変化していく事象については本時が最初であり、場面によって3つの式が生まれてくることに戸惑うことも予想される。そのようなこともふまえながら、本単元のまとめとなる本時で1次関数の特徴を深めていきたい。

#### (3) 本時のねらい

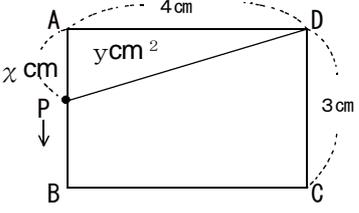
##### 【数学的な見方や考え方】

- ・具体的な事象を、1次関数を用いてとらえ、表、式、グラフなどと具体的な事象とを関連づけて、その特徴を考察することができる。

#### (4) 評価規準

評 価 規 準	具体の評価規準		努力を要する生徒への手 立て(C)
	十分に満足できる(A)	おおむね満足できる(B)	
具体的な事象を、1次関数を用いてとらえ、表、式、グラフなどと具体的な事象とを関連づけて、その特徴を考察することができる。	変域によって関係が変わる関数について、その式やグラフを考察することができる。	変域によって関係が変わる関数について、その特徴をとらえることができる。	変域によって関係が変わる関数であることを確認する。

(5) 本時の展開

段階	学習内容及び学習活動	・指導上の留意点・◎評価
<p>導 入 10 分</p>	<p>1. 問題提示。</p> <div data-bbox="300 297 1353 560" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>長方形ABCDで、点PはAを出発して、边上をB, Cを通過してDまで動く。 点PがAから<math>x</math> cm 動いたときの<math>\triangle APD</math>の面積を<math>y</math> <math>\text{cm}^2</math> とする。</p>  </div> <p>2. 点Pが1 cm 毎に移動した<math>\triangle APD</math>を作図する。</p> <p>3. <math>0 \leq x \leq 10</math> における1 cm ごとの対応表をつくる。</p> <p>4. 学習課題の設定</p> <div data-bbox="300 813 1252 902" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p><math>\triangle APD</math>の面積について、<math>y</math> を <math>x</math> の式で表してみよう。</p> </div>	<p>・指導上の留意点・◎評価</p> <p>・添付用問題用紙配布</p> <p>・プリント配布(資料1)</p> <p>・プレゼンで点の動きを確認</p> <p>・ノートに記入</p> <p>・ノートに記入</p>
<p>展 開 35 分</p>	<p>5. <math>y</math> を <math>x</math> の式で表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図の状況で式をつくる。( <math>y = 2x</math> )</li> <li>・1つの式で表せないでいる。</li> </ul> <p>6. 表した式と対応表で適合させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>x \geq 3</math> のとき <math>y = 2x</math> では面積を出せない。</li> <li>・一つの式で表せない。</li> </ul> <p>7. 対応表を参考にグラフ上に点をとる、</p> <p>8. 対応表やグラフから変域によって式が変わることを理解する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・対応表で <math>3 \leq x \leq 7</math> のとき面積が一定なので、式は <math>y = 2x</math> とはならない。( <math>y = 6</math> )</li> <li>・グラフから一つの直線ではないので、式を一つに表せない。</li> <li>・3つの変域で考えなければならない。</li> </ul> <p>9. <math>3 \leq x \leq 7</math>, <math>7 \leq x \leq 10</math> のとき <math>y</math> を <math>x</math> の式で表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・対応表から求める。</li> <li>・グラフから求める。</li> <li>・図形から求める。</li> </ul> <p>10. グラフを線で結ぶ。</p>	<p>・様々な考えを根拠を加えながら発表させる。</p> <p>・添付用問題用紙配布(資料2)</p> <p>・線では結ばない</p> <p>・様々な考えを根拠を加えながら発表させる。</p> <p>・プレゼンで確認</p> <p>・添付用問題用紙配布(資料3)</p> <p>・ <math>7 \leq x \leq 10</math> で <math>DP = (10 - x)</math> であることはおさえる。</p>
<p>終 結 5 分</p>	<p>11. 本時のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・変域によってその関係が変わる関数については、場合分けをして式やグラフに表す。</li> </ul>	<p>◎具体的な事象を、1次関数を用いてとらえ、表、式、グラフなどと具体的な事象とを関連づけて、その特徴を考察することができる。</p>