

# 数 学 科 学 習 指 導 案

指導者 佃 拓 生

1. 日 時 平成 19 年 1 月 26 日(金) 2 校時

2. 学 級 2 年 3 組 男子 19 名 女子 16 名 合計 35 名 南校舎 2 階 2 年 3 組教室

3. 主 題 図 形 の 性 質 ( 三 角 形 と 円 )

## 4. 主題について

身の回りにある様々なものについて、材質、重さ、色などをとり除いて、「形」「大きさ」「位置関係」という観点でとらえ直し考察するのが図形分野の学習である。そこで、整った形や模様などの美しさや安定性をあらためて理解すると共に、図形に潜む関係を見だし、記述し、諸性質の一般性を導く。小学校や中学校第 1 学年においてもそれまで学習してきた事柄を根拠にして、部分的、局所的に演繹的な方法が使われている。これをふまえ、第 2 学年では、小学校で学習した性質を、論理的に筋道を立てた推論を行って調べることができるようにしてきた。円周角が中心角の 2 分の 1 であることは、二等辺三角形の底角が等しいことと、三角形の外角がそれととなり合わない 2 つの内角の和に等しいことを用いて証明することができるが、その際に、観察、操作や実験を通して、円周角と中心角の関係について考察し、円周上のすべての点について成り立つことが明らかになることによって、証明の必要性やよさを知ることができると考えられる。これらの経験を通して、より一層数学への興味、関心を高めることがねらいである。

生徒に準備テストを行ったところ、35 名中 31 名が図形の性質をもとに角の大きさを求めることができた。三角形の合同を使った証明は 35 名中 15 名にとどまっている。全体として、新たな問題に直面しても既習事項や経験をもとにして解決を図ることに苦手を感じる生徒が多く、直観的な解決に頼る傾向が強い面がある。しかし、演繹的な推論の学習を通して、「今までに習った根拠がここに来て生きてきて、よく理解しようと思った」「どうでもよさそうな根拠も組み合わせるとけっこういろいろ使えると思った」などという感想も少しずつ聞かれるようになってきた。

そこで、論理的に考察する態度を育てるという点で、学習においては、見方や考え方によって能率的に処理できるようになった、事柄がすっきり分かるようになったなどという場面を、振り返って再確認させていくことが重要と考える。生徒は中学校第 1 学年において、「線分の長さや角の大きさを実測せずに等しいなどと判断するには根拠が必要である」ことを学習している。このことをふまえ、演繹的な推論の意義と方法を段階を踏んで指導しつつ、「円」という単純な図形に潜む意外な性質の発見をもとに、筋道を立てて説明する見方や考え方のよさを、第 2 学年の図形学習のまとめとして、生徒自身が実感できるように工夫していきたい。

## 5. 指導と評価の計画(別紙)

## 6. 本時の達成目標

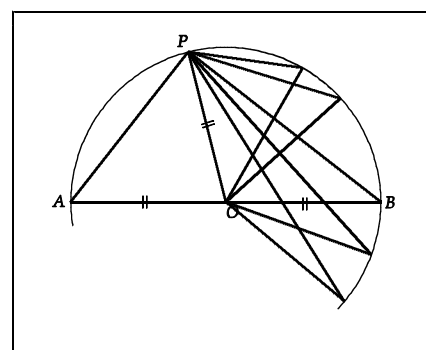
関心・意欲・態度	観察、操作や実験を通して、円周角と中心角の関係について考察しようとする。
数学的な見方・考え方	観察や実験などを通して、円周角と中心角の関係を見だし、図形の性質を用いて説明することができる
表現・処理	図形の性質を用いて、角の関係を示したり、角の大きさを求めたりすることができる。
知識・理解	円周角と中心角の関係を理解し、説明することができる。

## 7. 本時の指導の構想

### (1) 指導構想及び留意点

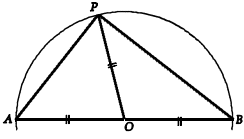
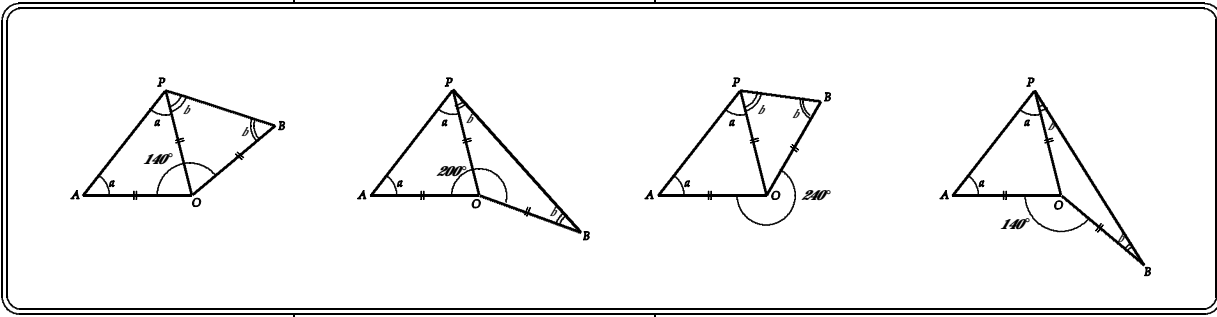
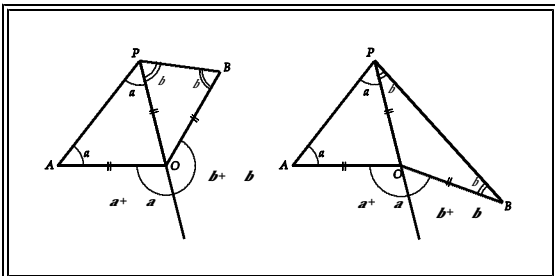
導入では、いろいろな二等辺三角形を提示し、右の図のような等しい一辺を共有する四角形に着目させていく。 $AOB$  が一直線になった場合、 $APB$  が直角になることについてはすでに学習しているので、そこで証明した内容を発展的にとらえながら「2 つの二等辺三角形を組み合わせたとき、 $APB$  の大きさはどうか。」と問題提起する。組み合わせを変えて、点  $B$  が動くと、直角にならない場合があることから、いろいろな組み合わせについて追究する。最初は帰納的に解決をはかる生徒も出ると思われるが、図形の性質を用いて演繹的に推論を進めていく過程において、数学的な見方や考え方として深まりを感じられるようにしたい。

なお、本時では円周角や中心角といった用語は扱わず、円周角の定理としての証明や問題練習と合わせて、次時で扱うことにする。



### (2) かかり合いを生かす手だてについて

$AOB$  が一直線であれば、線分  $AB$  を直径とする半円の弧の上に点  $P$  を任意にとっても、 $APB$  が直角になる関係は保存される。これを発展的にとらえ、本時は複数の二等辺三角形を提示して、必然性のある課題設定へとつなげる。主に 3 通りの組み合わせ方について考察する中で、角の关系到に着目し、既習の図形の性質をよりどころとして課題解決をはかっていく。形の違う 3 通りの図形について、共通点と相違点を比較することで、見方によっては全く同じものとして扱えることに気づき、これらを一連のものとしてとらえ直すことができるように配慮して展開していきたい。

段階	過程	時間	学習活動	評価の視点・方法	指導上の留意点	教材・教具等
導入	よみとる	15分	1. 問題をよむ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     線分 AB を直径とする半円 O において、弧の上に点 P をとったとき、<math>\angle APB</math> の大きさはどうなりますか？                 </div>		1. < E > 図から直観的に求めることも予想されるが、そのわけを問うことで、演繹的な視点をもたせる。	・学習シート  ・紙板書
	さぐる		2. 二等辺三角形を2つ組み合わせて直角ができるわけについて話し合う。		2. 点 P の1例をとりだして、その証明と用いた根拠や条件について話し合う。 	
展開	みとおす	25分	3. 課題を設定する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     いろんな二等辺三角形を組み合わせて <math>\angle APB</math> の大きさについて調べてみよう。                 </div>		3. 2つの二等辺三角形の一方を入れかえ、組み合わせを変えることで、点 B が動いた場合に注目させ、課題の設定を行う。	
	むすびつける		4. 図形の性質を用いて $\angle APB$ の大きさをそれぞれ求める。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 5px 0;">  </div>		4. < D > そのままでは求められないことを確認して、～の図に、 $\angle AOB$ の大きさをそれぞれ与える。	
開	つくる	25分	5. $\angle APB$ の求め方や根拠となる図形の性質を出し合い、全てに共通する角の関係を予想する。	5. [関心・意欲・態度] <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     観察、操作を通して円周角と中心角の関係について考察しようとする。                 </div> <シートの記述・発言内容> A: 内角の和 三角形の外角 C: 具体的な数値計算から帰納的に考えさせる	5-1. < E > かかり合いを通して、生徒の関心を「角の大きさを求めること」から「何かきまりはあるのか」へ移行させる。 5-2. < D > 求め方や図形の性質が、他の問題にもあてはまるかどうか確認する。	
	つくる		6. 課題追究のまとめとして、角の関係と見方や考え方を整理する。	6. [数学的な見方や考え方] <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     円周角と中心角の関係を見だし、説明することができる。                 </div> <シートの記述・発言内容> A: 外角 3つの角の和 C: 補助線を図示し、視覚的に関係をとらえさせる。	6. < A > 線分 PO を延長した補助線を用いて一連のものとして、演繹的に一般化を図る。 	・二等辺三角形の模型
終末	ふりかえる	10分	7. 課題設定から解決までの学習をふり返る。		7-1. < C > 具体(特殊)から一般へ、帰納から演繹へという「思考のしかた」として、その流れを確認する。 7-2. 二等辺三角形を重ね合わせて、点 B が動く様子を視覚的にとらえさせる。	
末	まとめる		8. 本時の学習を通して分かったことを自由記述で各自でまとめる。		8. 数学の表現として、ことばだけではなく、図や式を用いるほうが便利なことに気づかせたい。	

8. 本時の展開

< A > 達成度 < B > 学習速度 < C > 取り組み方法(学習方法)  
 < D > 見方・考え方 < E > 興味・関心 < F > 生活経験

段階	過程	時間	学習活動	評価の視点・方法	指導上の留意点	教材・教具等
導入	よみとる	15分	1. 三角定規の3つの角の和を求める。		1. 三角定規の角の大きさが分かっている例で計算させて、帰納的に扱う。	・学習シート
	さぐる		2. 問題をよむ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">                     三角形の3つの角の和は何度になりますか。                 </div> 3. 角をちぎって1カ所に集め、和が180°になる理由について話し合う。	3. [関心・意欲・態度] 図形の性質をもとにして180°になる理由を説明しようとしている。 <発言内容> A: 根拠が必要 平行線 C: 操作から3つの角が一直線に並ぶことに着目させる。	2. 3つの角の大きさが不明な一般的な三角形を取り上げる。 3-1. < D > 実際に操作させて、小学校からの学習の流れを確認する。 3-2. < E > 内角の和が180°になるか否かではなく、その理由に着目させる。	
みとおす	4. 課題を設定する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">                     どんな三角形でも、3つの角の和が180°になっているわけを説明しよう。                 </div>		4. 話し合いを通して、ちぎって移動する操作の代わりに、図形の性質を用いて同じ状況をつくれれば良いことに気づかせて課題の設定を行う。			
展開	むすびつける	25分	5. これまで学習した図形の性質を確認する。		5. 4つの事柄を確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">                     一直線は180°である。                      対頂角は等しい。                      平行線の同位角は等しい。                      平行線の錯角は等しい。                 </div>	・紙板書
	つくる		6. 図形の性質を根拠にして、三角形の内角の和が180°になるわけを説明する。	6. [数学的な見方や考え方] <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">                     図形の性質をもとにして、三角形の内角の和が180°になるわけを説明することができる。                 </div> <シートの記述・発言内容> A: 平行線 錯角 一直線 C: 補助線を示し、等しい角に印をつけさせる。	6. < D > ちぎって角を集めた図と関連づけながら補助線をひく。	
開	たしかめる	7. 性質や用語について整理する。		7. 「三角形の内角の性質」「証明」のことは教科書で確かめさせる。		
	まとめる	8. 定着問題で三角形の内角の和が180°になるわけを説明する。		8. < A > 1本の補助線で説明できる場面を用意して、徐々に演繹的な説明に慣れるように段階的に取り組ませる。		
		9. 追究の過程で気づいたことや考え方などをまとめる。		9. かかわり合いから、まとめさせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">                     説明に共通している点は                      3つの角を1点に集めている。                      一直線は180°を根拠に使う。                 </div>		

終 末	あ て は め る	分			
		10 分	10. 辺上の1点に集める 場合や三角形の敷きつ めなどの発展問題に取り 組む。		<p>10-1. 辺上の1点に集める例を提示する。</p> <p>10-2. 三角形で平面を敷きつめた図を紹介して 数学的な価値や広がりをもたせる。</p>

2 年 数 学		単元(題材)名 平 面 図 形 ( 平 行 線 と 角 )			総時間 4 時間扱い		
<p>学習指導要領の指導事項                      観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。                      ア 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認することができること。                      イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。</p>							
単元の目標		主な学習活動	評価規準	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	表現・処理	知識・理解
平行線や角の性質を説明できること。 それらの性質に基づいて図形の性質を論理的に確かめることができること。		<b>【原理把握】</b> 三角形の内角の和の問題について、内容をよみとる。 一般的な三角形について、いろいろな視点からさぐる。 関係を、既習の図形の性質とむすびつける。 平行線と角の関係をを用いて、説明のしかたをまとめる。 学んだ見方や考え方を定着問題にあてはめる。	B = 「おおむね満足できると判断される状況」	・観察、操作や実験を通して平行線や角の性質を見だし、確かめようとする。	・帰納的な推論や演繹的な推論を用いて、対頂角、平行線の性質、三角形の内角の和について説明できる。	・対頂角、平行線の同位角や錯角の性質を用いて角の大きさを求め、三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを説明できる。	・対頂角、同位角、錯角の意味を理解し、平行線などの性質や三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを説明できる。
			A = 「十分満足できると判断できる状況」の例	・角の大きさが変わっても、平行線と角の性質が成り立つかどうかを調べようとしている。	・対頂角の性質や三角形の内角の和が $180^\circ$ であることなどを、演繹的な推論で説明できる。	・推論の過程を式で表現し、根拠を明確にして説明できる。	・平行線ではない2直線と交わる直線において、同位角や錯角を図を用いて説明できる。
			C = 「努力を要すると判断される状況」への指導の手だての例	・分度器、三角定規を用いて確かめさせる。	・角の概念や平行線の性質を復習させる。	・解答の途中過程を丁寧に書き、式の意味を言わせる練習をする。	・図とことばを用いて学習シートにまとめさせる。
次	時	主な達成目標	主な学習活動	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	表現・処理	知識・理解
1	1 h	・対頂角の意味を理解し、対頂角が等しいわけを説明しようとする。	・帰納や演繹の推論により、対頂角の性質などの図形の性質を論理的に説明する。	・対頂角が等しいわけを説明しようとしている。	・一直線は $180^\circ$ であることをもとにして、対頂角が等しいわけを説明できる。	・対頂角の性質をもとにして角の大きさなどを求めることができる。	・対頂角の意味や対頂角の性質を理解し、説明できる。
2	1 h	・同位角、錯角の意味を理解し、平行線や角の性質を説明できる。	・平行線の性質などを用いて、角の大きさを求めたり、平行になるわけを説明する。	・平行線の同位角や錯角の関係をを見だし、角の大きさを求めようとしている。	・平行線や角の性質を、図形の性質をもとにして、論理的に説明できる。	・平行線の性質をもとにして角の大きさなどを求めることができる。	・平行線や角の性質の意味を理解し、根拠として用いることができる。
3	2 h 本時 1 / 2	・図形の性質をもとに、三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを説明できる。	・帰納や演繹の推論により、三角形の内角の和について論理的に説明する。	・演繹的な推論に関心を持ち図形の性質をもとにして論理的に説明しようとしている。	・図形の性質をもとにして三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを論理的に説明できる。	・図形の性質をもとにして角の大きさなどを求めることができる。	・対頂角や平行線の性質などの意味を理解し、根拠として用いることができる。