

# 第3学年数学科学習指導案

日時 平成20年9月12日(金) 2校時

学級 盛岡市立下橋中学校 3年2組

(男子13名 女子16名、計29名)

授業者 佐藤 美紀子

## 1. 単元名 関数 $y = ax^2$

### 2. 単元について

数量関係の領域では中学1年生の時に比例と反比例の単元を学習し、2年生で1次関数を扱っている。どちらも表を用いて  $x$  や  $y$  の値の対応から変化の様子をとらえ、グラフをかくことで、変化や対応の特徴を理解することを学習している。

また、3年生になってからは平方根、2次方程式と2次で表わすことのできるについて学習している。本単元でも2次の事象を扱い、指導要領にもあるように「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数  $y = ax^2$  について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力」を伸ばしていくことを目標としていく。この単元「関数  $y = ax^2$ 」は2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  (高等学校で学習)の基本となるものである。1, 2年の関数の学習をもとにしながら関数  $y = ax^2$  の特徴を表やグラフをとおして理解させるようにし、比例や反比例、1次関数とのちがいについても明確にしていく。

本時は関数  $y = ax^2$  の利用である。具体的な事象や場面と関連させた問題を扱うことで、日常的にみられる  $y = ax^2$  で表わされる関係について考察したり、いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解したりしながら、それまでに習得したことを活用して問題解決を目指すものである。

### 3. 生徒について

生徒はこれまでいろいろな関数を学んできた。小学校では「比例」を学び、ともなって変わる2つの量について学び、中学1年生では「比例と反比例」、2年生では「1次関数」を学習した。変数  $x$  と  $y$  の変化の様子やグラフの書き方を学習する中で多方面からの物の見方を学んでいる。しかし、2つの量が伴って変化していく様子を捉えるのは容易ではなく、機械的にグラフを書くことや式を求めることはできるがその意味を十分に理解している生徒は少ないと感じる。実際に生徒たちに数学で苦手な分野を質問すると多くの生徒が「関数」と答える。それは、基礎・基本は定着している生徒でもそれを応用する力が不足しているからだと思われる。

中学3年の4月に行ったNRTの結果は以下の通りだった。

領域	数と式	図形	数量
正答率 (%)	61	70	40

この結果からもわかるように、関数を含む数量の領域の理解が不十分であり、それが生徒たちに苦手意識を持たせている要因であると考えられる。実際、比例と反比例、1次関数と学習してきた中でもグラフがかけない生徒、座標の表し方が曖昧な生徒が数名いる。

生徒たちは、学習に対して「頑張らなければならない」という意識を持っており、粘り強さを見せる。しかしその一方で、自分の考えをまとめたりそれを発表したりすることが苦手である。「なぜ」「どうして」という疑問は持つものの、どのようにそれを解決していけばよいかかわからない生徒が多い。

#### 4. 指導の構想

##### (1) 研究との関わりから

本校では、『豊かな学びの創造～「習得」「活用」「探究」の学びを通して～』というテーマで教科・単元における「習得」「活用」「探究」を意識した研究を行ってきた。数学科では、習得したものを活用して課題解決し、新たな習得を目指す学習を大切にしてきた。

この単元では、「関数  $y = ax^2$ 」について学習する。これまで学習してきた「比例と反比例」や「1次関数」に続くものであり、これまでに学習した内容を活用しながら学習していくものが多い。例えばグラフをかく際の手順として表を使って  $x$  と  $y$  の対応を調べ、それらを座標に表し、点と点の間隔を狭めることによってグラフの形が見えてくることや変化の割合の意味と求め方、変域の考え方などである。このように「1次関数」の特徴と常に比較しながら関数  $y = ax^2$  の特徴をとらえさせたい。そのような学習が「習得したもの」を「活用」して新たな「習得」を目指すものとする。また、既習事項で本時の課題解決に必要な項目を、授業の導入部分で扱うことで、「何を利用して問題を解けばよいか」を考えるヒントになると考える。その繰り返しがやがて「解決のための方法を選択する力」となると期待する。

そして単元の最後には、本校の総合的な学習の時間「SHEL」で学習している環境問題についても取り上げ、身近な問題としてこれまでの空気中の二酸化炭素の濃度をグラフ化して、今後その値がどのように変化していくのかという課題も扱う。その探求の中で「関数」のよさを知り、また環境問題に対してどう対応していくのか考え、地球の100年後の姿を予想させ、本単元のまとめとしたい。

##### (2) 生徒の実態から

前にも述べたように、生徒たちは「関数は難しい」「関数は苦手だ」という意識がある。実際、実力テストなどでもグラフをかく問題やグラフから式を求める問題はかろうじて出来るようだが、次のような問題は正答率がとても低い。

- ・変化の割合を求めること
- ・座標などから切片や傾きを読み取りグラフの式を求めること
- ・2つのグラフの交点の座標を求めること

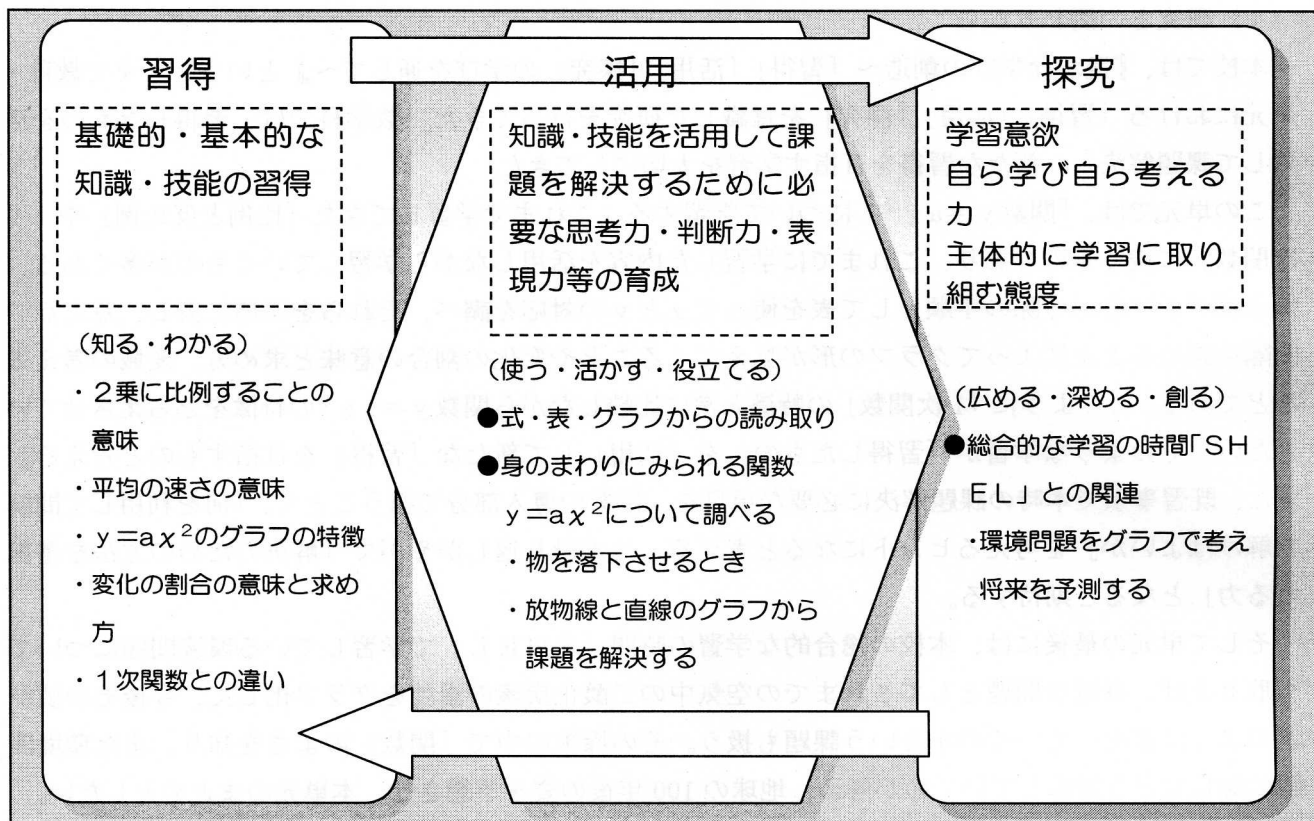
これらの問題は、比較的よく目にする問題であり、その都度復習を取り入れているものの、理解していない生徒が多いと感じる。そのために問題数を多くこなして定着させるだけではなく、「どのように考えればよいか」「どのような方法で考えを進めていくのか」ということを理解させる必要がある。

よって、本単元では1次関数の学習内容を振り返りながら、「どのように考えたらよいか」を大切に指導していきたい。そのためには毎時間、導入時に必ず前時の復習を行い、その中に「本時の課題解決のために利用する既習事項」を取り入れながら授業を進めていく。

また、毎時間「自己評価カード」を記入する。自己評価表には学習内容や評価の観点を明示し、個々が1時間あたりの目標をしっかりと持つことによって意欲を持たせ、わかったこととわからなかったことを明確にし、次時へのさらなる意欲につなげていく。

## 5. 指導計画・評価計画（11時間）

### (1) 単元における「習得」「活用」「探究」の学びの流れ



### (2) 単元の指導計画

時	おもな学習内容	学習目標	評価規準
1	●ジェットコースターを、斜面を転がる球におきかえて、転がった距離と時間との関係を考えること	●ボールが斜面を転がる実験の記録を見て、転がり始めてからの時間と転がった距離との関係を考察する	・距離と時間の関係を意欲的に調べようとしている (関心・意欲・態度) ・距離は時間の2乗に比例することがわかる (知識・理解)
2	●事象の中から $y = ax^2$ の関係にある量を見だし、式に表すこと ●2乗に比例することの意味 ●1組の $x$ 、 $y$ の値の組から $y = ax^2$ の式を求めること	●事象のなかから $y = ax^2$ の関係にある量を見出し式に表す ●2乗に比例することの意味を知る ●1組の $x$ 、 $y$ の値の組から $y = ax^2$ の式を求める	・身の回りにおける $y = ax^2$ で表わされる事象について、変化や対応に着目して考察することができる (見方や考え方) ・2乗に比例することの意味がわかる (知識・理解) ・関数 $y = ax^2$ の関係を式に表すことができる (表現・処理)
3	● $y = x^2$ のグラフとその特徴 ● $y = ax^2$ のグラフを $y = x^2$ のグラフをもとにかくこと	● $y = x^2$ 、 $y = ax^2$ のグラフとその特徴を考察する ● $y = ax^2$ のグラフを $y = x^2$ のグラフをもとにかく	・関数 $y = ax^2$ の値の変化に興味を持ち、変化の様子を調べたり、グラフをかいたりしてその特徴を考えようとしている (関心・意欲・態度)
4	● $y = ax^2$ のグラフの特徴 ●身近に見られる放物線の例	●身近に見られる放物線を見つける	・ $y = ax^2$ について、表、式、グラフから、その特徴をとらえることができる (知識・理解)
5	●変域の対応	● $y$ の変域に関心を持ち、 $x$ の変域を変えて調べることで変域とグラフの関係をまとめる	・ $y$ の変域に関心を持ち、 $x$ の変域を変えて調べることで、変域とグラフの関係をまとめることができる (表現・処理)

6	●斜面を転がる球の平均の速さ ●変化の割合の意味とその求め方 ●関数 $y=a\chi^2$ のいろいろな区間における変化の割合を求めること	●斜面を転がる球の平均の速さを求める ●変化の割合の意味とその求め方を知る ●関数 $y=a\chi^2$ と1次関数の変化の割合を比べる	・平均の速さの考え方や変化の割合を理解できる (知識・理解) ・変化の割合が区間により異なることに興味をもち、グラフや式、表と関連付けて考察しようとしている (関心・意欲・態度)
	●関数 $y=a\chi^2$ と1次関数の変化の割合を比べること ●変化の割合のグラフにおける意味 ●関数 $y=a\chi^2$ と1次関数との特徴を比較すること	●変化の割合の求め方を理解し、いろいろな区間の変化の割合を正しく求める ●変化の割合が区間により異なることに興味をもち、グラフや式、表と関連付け、変化の割合の理解を深める。 ●関数 $y=a\chi^2$ と1次関数の特徴をまとめる	・具体的な事象のなかには変化の割合が一定でないものがあることに気づき、この事象について考察している (見方や考え方) ・関数 $y=a\chi^2$ と1次関数の特徴をまとめることができる (知識・理解)
7	●関数 $y=a\chi^2$ を利用して事実問題を解くこと ●放物線と直線を利用して問題を解くこと	●具体的な事象の中から2乗に比例する関数を取り出し、式や表、グラフに表し、問題を解決する ●身の回りの事象を関数としてとらえ、式やグラフ、表から予測する	・関数 $y=a\chi^2$ を利用して事実問題を解こうとしている (関心・意欲・態度) ・式や表、グラフを利用することができる (表現・処理) ・関数 $y=a\chi^2$ を利用して問題解決のための方法を考察することができる (見方や考え方)
	●章の問題 A ●環境問題について考えよう	●未来の地球の姿を予測する	・データをもとにグラフ化し、将来の地球を予測することができる (見方や考え方)

## 6. 本時について

(1) 主題 「追いつかれる時間と地点を求めよう」(グラフの活用)

(2) 目標・パフォーマンス課題・ルーブリック

指導目標	グラフを利用して、事実問題を解くことができるようにする。(表現・処理)	
評価目標	評価方法	
放物線と直線のグラフを正確にかくことができる (表現・処理)	◎パフォーマンス課題 2つのグラフを書き、その交点の座標を読み取ることで追いつかれる時間と地点を求める	
放物線と直線の交点から課題を解決することができる (表現・処理)		

学習活動	評価項目	評価する活動・資料	ルーブリック			
			A	B	C	D
放物線と直線のグラフをかく	表現 処理	学習 プリント	2つのグラフを正確にかくことができる	2つのグラフを対応表をもとにかくことができる	どちらかのグラフをかくことができる	どちらのグラフもかくことができない
交点の座標から答えを求めることができる	知識 理解	学習 プリント	交点の座標を読み取り、それが答えになることがわかり、正しく答えを書くことができる。	座標を読み取ることができ、それが答えになることがわかる。	交点の座標を読み取ることができる	交点の位置がわからない。

(3) 本時の構想

本時は、単元「関数  $y = ax^2$ 」の利用の時間にあたる。『グラフの利用』の時間で、一定の速度で斜面を進む人とスケートボードに乗って斜面をすべる人が同時に出発したときの二人の「時間と道のり」の関係を捉え、グラフを用いて課題を解決するものである。

まずこの問題は、身の回りの事象として位置づけられているとはいえ、状況の把握が難しいと考えられる。特に、スケートボードが進む速さが問題に書かれているが、それが捉えにくい式であるため、生徒は問題を読んでも状況がつかめないと考える。それを解消するために、実際にボールを転がしてみても2人の進む様子をイメージとして捉えさせたい。さらに、2つの動く様子を方眼に点を取ることで問題解決に向けての方向性を定めていく。

「追いつく追いつかれる」の問題は、2年生の1次関数で扱ったダイヤグラムの問題と似ているので二つのグラフの交点を求めることによって、追いつかれる時間や追いつかれるまでに進んだ距離が求められるということに気づく生徒が出てくると予想できる。しかし、1次関数を苦手としている生徒が多いので、1次関数のグラフのかき方を復習しながら進めていきたい。そして1次関数のグラフと2乗に比例するグラフの交点を読み取ることで答えを求めることができることや、またグラフを利用することの便利さを感じさせたい。

段階	学習内容	学習活動	時間	○留意点 ◆資料 ◎評価
導 入	○既習事項の確認  ○課題把握	①前時の学習を振り返る ・物を落とすときの時間と距離の関係 ・車の制動距離と速さの関係  ②「2乗に比例すること」の特徴を思い出す ・導入のときに扱った、斜面を転がる球の例を思い出し、転がった距離は時間の2乗に比例することを確認する  ③問題を把握する  AさんとBさんは、長さ40mの坂の上から同時におり始めました。Aさんは毎秒4mの速さで、またBさんはスケートボードに乗って、こがずに坂をおりています。Bさんは、坂をおり始めてから $\chi$ 秒間に $\frac{1}{2}\chi^2$ m進みます。Aさんは、Bさんに何秒後に追いつかれますか。	10分	◆紙板書  ◆学習プリント
展 開	○本時の課題の確認  ○見通す  ○課題解決	④2人の様子をイメージする  ⑤AさんとBさんの進んだ様子をグラフにかき表す  $\left. \begin{array}{l} \text{・Aさん } y=4\chi \\ \text{・Bさん } y=\frac{1}{2}\chi^2 \end{array} \right\} \text{のグラフ}$ ⑥発表をもとに答えを確認する	30分	○「追いつかれる」というイメージを持たせる  ○かけていない生徒に声をかける  ◎2つのグラフを正確にかけたか  ◎グラフを適切にかき、交点の座標を読み取ることができたか
終 結	○本時のまとめ  ○自己評価	⑦本時を振り返る  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">           グラフを利用することで、ふたりの時間と進んだ距離の様子がわかり、追いつかれる時間や地点を求めることができる。         </div> ⑧自己評価する ・自己評価カードに記入する	10分	◆自己評価カード