

数 学 科 学 習 指 導 案

日 時：平成27年11月13日（金）

10:00～10:50

場 所：盛岡市立仙北中学校 2年1組（3階）

対 象：盛岡市立仙北中学校 3年2組

（男子17名、女子19名、計36名）

指導者：教諭・中村 高志（盛岡市立仙北中学校）

1 単元名 6章 『三平方の定理（生活と数学：どこまで見えるのかな？）』（東京書籍：新しい数学3）

2 単元について

（1）教材観

中学校学習指導要領には、第3学年の「図形」の領域について、目標（2）図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす、と記されている。また内容（3）観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見いだして理解し、それをを用いて考察することができるようにする。「ア 三平方の定理の意味を理解し、それが証明できることを知ること」「イ 三平方の定理を具体的な場面で活用すること」と記されている。

小学校算数科では90度の角で構成される平面図形や立体図形の面積の求め方等を学んできており、中学校第1学年では対称性に着目して図形の性質を発見したり、作図したり、その性質が成立する理由を考察したりしてきた。第2学年では、論証によって図形の性質を調べる方法を学んできた。そして、第3学年では平行線と線分の比など、生徒にとって新しい発見となるものを学んでいる。これらの学習の上にたって、直角三角形の3辺の長さの関係から、これまで求めることができなかつた部分の長さや距離を求める方法を理解し、平面図形や空間図形の計量についての理解を深めることが本単元のねらいである。その他にも応用場面は多岐に渡り、座標平面における距離の決定や日常生活と数学を結びつけて考察したり処理したりする数学的活動を仕組めるなど、実用性のある定理である。このように、三平方の定理は数学において重要な定理であるとともに、生徒にとってはその利用価値が高いと感じられるものの一つであると思われる。また、三平方の定理は直角三角形の3辺の長さの関係を表すだけでなく、直角三角形の3辺を1辺とする3つの正方形の面積の関係を表すものであり、図形と数式を統合的に把握することができる。そして、三平方の定理を証明する過程には、図形の移動、対称性、三角形の合同、平方根の考えなど、これまでの学習に基づいた数学的な見方、考え方がふくまれている単元でもある。既習事項を再確認しながら、数学の美しさや有用性を感得させたい。

（2）生徒観

3年2組の生徒は、授業中は話をしっかりと聞き、板書をしている間もほとんど私語をすることなく集中している。また、教師の問いかけや簡単な発問に対する挙手発言は活発である。その一方で、考え方等の問題の本質にせまる発問に関しては自信がないためか特定の生徒しか挙手発言しようとしなない。

平成27年度全国学力・学習状況調査の生徒質問紙（質問番号（60）（61）（63）（64））の本校の回答結果を見ると、「数学の授業で学習したことが将来、役に立つと思うか」という質問には7割以上の生徒が肯定的な回答をしたのに対して、「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えているか」という質問には5割程度しか肯定的な回答をしていない。また、「数学ができるようになりたい」という質問に肯定的に回答した生徒は9割を越えているのに対して、「数学の授業の内容がよく分かるか」という質問には6割程度しか肯定的な回答をしていない。よって、数学は大切であり、できるようになりたい、将来の役に立てたいと願

う生徒が多い反面、実際の生活の中ではどのように活用したらよいか分からず、授業の内容の理解も不十分な生徒が多いことが考えられる。また、数学Aの図形領域の全国（公立）平均は63.4%に対して本校は64.3%となっているが、根拠となる図形の性質や条件を答える設問は、全国（公立）平均に比べて3ポイント程度低くなっている。また、空間における直線と平面の垂直な関係を読み取る設問では、本校の正答率が46.7%であり、約半数が空間における位置関係の捉えを困難に感じている生徒がいることがわかる。さらに、正答数を見ると、二極化している傾向が読み取れるため、生徒の理解に寄り添った授業展開を意識する。そして、授業過程や問題解決の根拠を確認し、振り返る時間を大切にすることで、しっかりと毎時間の授業の価値を実感させるとともに、数学はどのような場面でどのように活用するのか等も体感させていきたい。

（3）指導観

本単元においては、中学校学習指導要領解説〈数学編〉（文部科学省、平成20年9月）に述べられている次のことを大切にしたい。

大切なことは、三平方の定理を空間でも利用すること、また、解決したい現実の場面を数学の対象とする際に理想化したり単純化したりする経験をすること、それを基に解決に必要な図を自分でかくことなどである。この際、現実の場面を理想化したり単純化したりしたことによって、求めた答えの適用できる範囲に限界が生じることについても理解できるようにする。（p.123）

このためには、三平方の定理について理解し、その性質を用いて直角三角形の辺の長さを求める練習を繰り返し行い、計算に習熟させることが大切である。その上で、平面図形や空間図形の中に直角三角形を見つけ、あるいは補助的に作り出して、長さや距離を求めることで、空間観念を深めたり、図形を分解・構成したりする力を育成する。また、日常の場面で数学を利用する経験を授業において設定することで、どのように数学を活用するのかを体感させ、数学を活用する態度を身に付けさせたい。

3 学びの振り返りについて

本研究では、振り返りを「授業過程で使った見方や考え方の確認及び価値付け」と定義し、生徒の授業理解のためにも、授業の中で振り返りを意識して取り入れることが大切であるとしている。例えば、板書や生徒の発言、教師による発問等によって、教師が生徒の思考過程や数学的な価値、本時の授業過程を振り返らせる場面が有効であると考えられる。また、生徒自身が終末場面において定着（評価）問題に取り組むことで定着状況を振り返ったり、本時の学習から学んだことを整理したりすることも有効であると考えられる。

本時の授業においては、最終的に生徒が、「地球を球とみなすことで、円の接線の性質や三平方の定理を利用して、見える距離を求めることができる。」ということを実感し、振り返ることができることをねらいにして行う。そのために、球や円とみなすこと、円の接線の性質を根拠に垂直の関係を見いだせること、三平方の定理を利用できることなど、生徒の数学的な気づきに対して、教師が繰り返して発言したり、問い直したりして、理想化する段階を丁寧に扱う。また、計算結果として出てきた値を日常場面における答えとして擦り合わせる段階においても検証をしっかりと行い、解の吟味を行う。そして最後に、本時の問題解決過程を板書の中のキーワードを確認しながら振り返り、評価問題を通して、本時の価値を生徒一人一人に自覚させる。いつ、誰が、何を、どのように振り返るのかを見極めながら振り返りを行っていきたい。

4 本時の指導

（1）本時の指導目標

・身近な事象の問題解決を通して、三平方の定理の有用性や数学の良さについて考えることができるようにする。

(2) 本時の評価規準

評価の観点	評価場面	B：概ね満足
①【数学への関心・意欲・態度】	見通しの場面 展開の場面（観察・ノート）	身近な事象の問題解決に、数学を用いて考えようとしている。
②【数学的な見方や考え方】	見通しの場面 振り返りの場面（観察・ノート）	球とみなし、三平方の定理を用いて、身近な事象の問題を解決する方法を考えることができる。

(3) 指導の構想

導入では、1学期の修学旅行で訪れた、スカイツリーでの写真を数枚提示し、夜であったことや曇っていたことなどを含めて展望台からの景色を想起させる。その際、もし晴れていたら第1展望台からはどこまで見通すことができたかを想像させ、問題を提示する。そして、見通すことができる距離や第1展望台からの高さ(350m)を確認した後、提示した写真や実際に行った記憶、高さ、地理関係から、第1展望台からはどれ程の距離を見通すことができるかを予想させる。それを踏まえて、本時の学習課題につなげる。

展開場面では、課題解決に必要な情報や条件を生徒とのやり取りの中で確認する。例えば、視界や視力、光の屈折、天気やビルなどの遮蔽物も考えないものとして理想化・単純化する。また、図1のように、地球の地面を平面として表した図をイメージする生徒がいると考えられるため、飛行機の窓からの写真を提示したり、見える範囲に限界がある理由を考えさせたりして、地球が丸いことや地平線の存在に気付かせたい。そして、図2のように地球を球や円とみなすこと、視線を表す直線と地球との接点を通る半径が垂直に交わることも生徒同士の話し合いの中で気付かせたい。

これらのことから、空間の中に直角三角形を見だし、三平方の定理を利用することができることを導く。そして、第1展望台から見通すことができる距離を求めさせる。その後、縮尺に着目させながら、地図上にかき入れた見通すことができる範囲の円(図3)を提示する。また、インターネット上のサイト(ほぼ日刊イトイ新聞)に掲載されている、実際にスカイツリーが見えたポイントが示された地図を提示し、計算上の値と現実場面との擦り合わせを行う。その際、数学の世界で考えるため、理想化・単純化の段階で無視していた、例えば視線の先が高い所だと見える距離が伸びることなどの誤差や実際の社会でも利用されていることについて確認したい。

終末場面では、本時の問題を理想化したり単純化したりすることによって数学の世界に置き換え処理したこと、その結果の意味を日常生活に戻して解釈し、問題を解決したという数学化サイクルの流れを、問題解決の過程を振り返りながら確認し、まとめる。これを振り返って実感させるために評価問題として、岩手山(2038m)を約2000mの標高として、山頂から見通すことができる距離を求めさせ、検証として東北地方の地図上に見通すことのできる範囲の円をかかせる。最後の振り返り場面では、本時の授業で分かったことや感じたことを記入させ、数学の良さや有用性に改めて気付かせたい。

図 1

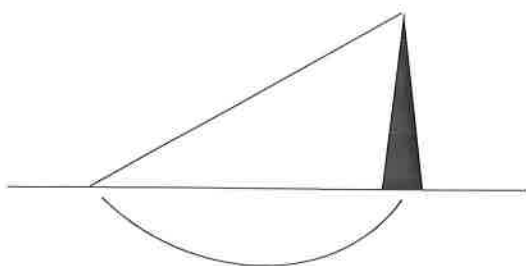


図 2

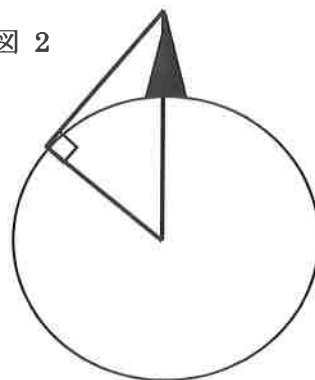


図 3

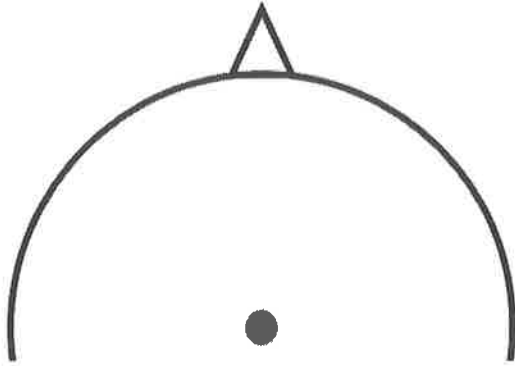


(4) 展開案

過程	学習事項	学習活動	指導上の留意点
導入 5分	1 問題の提示	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 世界一の高さの電波塔「東京スカイツリー」の第1展望台から、どのくらい遠くまで見えるだろうか。 </div>	○スカイツリーからの展望写真を提示
	2 予想	・記憶や高さ、地理関係から第1展望台からどれ程の距離を見通すことができるかを予想する。	○見える距離、第1展望台の高さを確認
	3 学習課題の設定	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 学習課題：見える距離を求める方法を考えよう。 </div>	
展開 30分	4 解決の見通し	・模型を提示しながら、どんな情報や条件が必要かを考え、解決に必要な投影図をかく。 <予想される生徒の反応> ○視界や視力、光の屈折、天気、ビルなどの遮蔽物、視線の先の高さなどは考えない。 ○地球を球、断面を円とみなす。 ○視線を表す接線と接点を通る地球の半径(約6378km)が垂直に交わる。 ○三平方の定理が利用できる。 など	○スカイツリーの模型を提示 ○グループで話し合い ○コンパス・定規使用 ○接線は定規のみを使用いてかかせる
	5 自力解決	・三平方の定理を利用して第1展望台から見通せる距離を求める。	○電卓使用
	6 答えの確認	・解法を全体で確認する。	
	7 検証する	・計算上の数値と地図上に図示した見える範囲の円を比較・検証し、見通せる距離や数学の有用性を実感させる。	○地図、写真、インターネットのサイトの地図を提示
終末 15分	8 まとめ	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> まとめ：地球を球とみなすと、円の接線や三平方の定理が利用でき、見える距離を求めることができる。 </div>	
	9 評価問題	・①岩手山(2038m)の標高を約2000mとし、山頂から見通せる距離を投影図を利用しながら、求めさせる。そして、東北地方の地図上に縮尺に留意しながら、見通せる範囲の円をかかせる。	○プリント配布 ○岩手山からの実際の写真、見通すことができる範囲の地図を提示
	10 振り返り	・本時の授業で分かったことや感じたことを記入する。	

【問題】岩手県のシンボルである岩手山（約2000m）の山頂から、見える距離はどのくらいか求めなさい。

【①図】



【②計算】

答. _____

【③検証】



【振り返り】今日の授業で学んだことや分かったこと、考えたことなどを記入（4行以上）

Four horizontal dashed lines for writing a reflection on the lesson.