

平成19年度岩手県立総合教育センター

小学校算数科における数学的に解釈する力や 表現する力の育成に関する研究

- リテラシー・リストと学習シートの作成と活用をとおして -
(第1報)

研究協力校
花巻市立湯口小学校

岩手県立総合教育センター
教科領域教育室
藤村 一夫

目 次

研究目的	1
研究仮説	1
研究の年次計画	1
本年度の研究内容与方法	1
1 目標	1
2 内容与方法	2
3 研究協力校	2
研究結果の分析と考察	2
1 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方	2
(1) 数学的に解釈する力や表現する力についての経緯と先行研究	2
(2) 本研究における数学的に解釈する力や表現する力の定義	6
2 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想	6
(1) 学習指導の改善	6
(2) リテラシー・リストの作成	7
(3) 学習シートの作成	8
(4) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想図	10
3 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案	11
(1) 単元の指導目標・単位時間の指導目標の明確化	11
(2) 学習シートを活用した単元指導計画の作成	12
(3) 学習シート活用の留意点	12
研究のまとめ	13
1 研究の成果	13
(1) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方の検討及び基本構想の立案	13
(2) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案の検討	13
2 今後の課題	13

〔おわりに〕

【引用文献】

【参考文献】

補充資料

研究目的

算数科においては、身の回りの様々な事柄を数学的にとらえたり、自分の考えなどを数学的に表現したりできるようにすることが大切である。教育課程実施状況調査及びPISA調査をはじめとする国際調査の分析からも、自分の得た知識を活用し、問題を解決し、自分の考えを表現する力が求められている。

しかし、児童は答えを出すことだけにとらわれがちであり、計算はできるが式に表せなかったり、その意味を説明できなかったりする状況がみられる。その要因として、数学的に解釈する力や表現する力が具体的な指導内容として明確にされていないために学習指導の改善がなされず、その結果、指導の効果として点数にあらわれやすいドリル学習などのスキル学習に特化されている傾向があるためだと考えられる。

このような状況を改善するためには、教科の目標と照らし合わせながら学年や単元で身に付けさせたい数学的に解釈する力や表現する力の育成にかかわる指導内容を明確化したりレタシー・リストと、それを基にした指導内容の理解・定着を図るための学習シートを作成し、その活用方法を見だし、授業改善の具体的な方向性を示すことが大切である。

そこで、この研究は、小学校算数科において、数学的に解釈する力や表現する力の育成を図るための指導内容を明確化したりレタシー・リストと理解・定着を図るための学習シートを作成し、学習活動の中で活用することをとおして、小学校算数科における学習指導の改善に役立てようとするものである。

研究仮説

小学校算数科の学習指導において、以下の手だてを講じるならば、学習指導の改善が図られるとともに数学的に解釈する力や表現する力が育成されるであろう。

- 1 数学的に解釈する力や表現する力を具体化し、それを育成するための指導内容を指導目標に照らし合わせてレタシー・リストに明確化する。
- 2 レタシー・リストを基にした学習シートを授業を中心として学習活動の中で活用する。

研究の年次計画

この研究は、平成19年度から平成20年度にわたる2年次研究である。

第1年次（平成19年度）

小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方を検討し、その基本構想を立案する。また、それに基づいて指導試案及び指導計画を作成し、指導実践をとおして改善点を明らかにする。

第2年次（平成20年度）

第1年次に明らかにした改善点を基に授業実践を行い、小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する研究のまとめを行う。

本年度の研究内容と方法

1 目標

小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方を検討し、その基本構想を立案する。また、それに基づいて指導試案及び指導計画を作成し、指導実践

をとおして改善点を明らかにする。

2 内容と方法

- (1) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方の検討及び基本構想の立案（文献法）
- (2) 指導試案及び指導計画の作成（文献法）
- (3) 指導実践と改善点の検討（実践研究・調査法）

3 研究協力校

花巻市立湯口小学校

研究結果の分析と考察

1 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方

(1) 数学的に解釈する力や表現する力についての経緯と先行研究

ア 数学的に解釈する力や表現する力が取り上げられた経緯

(ア) PISA調査，TIMSS調査からの課題として

文部科学省は，PISA2003とTIMSS2003の国際的な学力調査の結果を受けて，平成16年12月，省内に「PISA・TIMSS対応ワーキンググループ」を設置し，調査結果の評価・分析を行い，我が国の状況を踏まえて教育委員会や各学校で自己評価や授業改善を行えるように資料を作成した。同資料は，平成17年1月19日に開催された臨時全国都道府県・指定都市教育委員会指導主事会議で「小学校算数・中学校数学・高等学校数学指導資料(中間報告)」において示された。その資料において数学的に解釈する力や表現する力という表現がされた。

これによれば，数学的リテラシー算数・数学について，課題として以下の二つがあげられた。

基礎的・基本的な計算技能，数についての感覚などに課題がある。

解釈を要する設問，自由記述形式の設問に課題がある。

これらの課題に対し，改善の方向として以下の三つがあげられた。

基礎的・基本的な計算技能の定着や数量・図形などの基本的な意味の理解を確実にすること。

数学的に解釈する力や表現する力の育成を目指した指導を充実すること。

実生活と関連付けた指導の充実を図り，数学について有用性を実感する機会をもたせること。

すなわち，「数学的に解釈する力や表現する力」とは，PISA調査，TIMSS調査の結果分析から，授業改善の方向のポイントとして初めてみられた表現である。

(イ) 教育課程実施状況調査からの課題として

平成17年5月には教育課程部会算数・数学専門部会が行われ，平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査分析結果のポイントが発表された。

これによれば，課題として

計算，数量関係の意味を理解すること。

数学的に解釈したり，自分の考えや推論の過程を数学的に表現すること。

日常の事象と算数・数学とを関連付けること。

の三つがあげられ、改善の方向としては

計算技能だけでなく、計算や数量の意味を実際の場面と結び付け理解させる指導の充実
数量の関係や図形の性質などを考察し、見出したことを根拠をもって表現させる指導の充実
日常事象を数学的にとらえたり、学んだ算数・数学を生活に生かしたりする指導の充実
の三つのポイントが示された。

さらに、これらを受けての小学校算数科における指導上の改善点として以下の四つが示された。

数量や図形の意味理解と技能とのバランスのとれた力を育成する指導の工夫

数学的な考え方を読みとる力や表現する力を高める指導の工夫

問題解決の過程を重視する指導の工夫

算数を生活に生かしたり、数学的に発展させたりする指導の工夫

これらのうち、とりわけ については、授業において、児童同士での学び合いの活動を取り入れるようにして、ある場面における算数の意味を解釈し話し合ったり、他の児童の考え方や説明を聞いて理解したり、自分の考えを表現したりする力を育てていくようにする工夫が大切であると、解釈と表現についてその重要性を指摘している。

(ウ) 「読解力」向上に関する指導として

平成17年12月、文部科学省は読解力向上に関する指導資料を作成した。これによれば、「読解力」は国語だけではなく、各教科、総合的な学習の時間など学校の教育活動全体で身に付けていくべきものであるとした。さらに教科等の枠を超えた共通理解と取組の推進が重要であり、例えば、数学では、この調査を踏まえて「数学的に解釈する力や表現する力の育成を目指した指導の充実」を求めているが、そのためには、与えられた状況やデータを数学的に解釈し、それに基づいて自分の考えを整理し、数学的な表現を用いて自分の考えを述べる力を育てることが大切であると指摘した。

(イ) 本県の学習定着度状況調査における課題として

本県では、平成18年度学習定着度状況調査において、自分の考えた過程を答える問題や、数値について状況に合わせて自分で判断して答える問題などに、出題形式を変更した。結果、四則計算等基本的な計算技能は定着しており、数量や図形についての意味理解も図られている成果がみられたが、用語や式を適切に使って表現することや、式や図・表・グラフの意味を適切に解釈することについては不十分であるという課題が明らかになった。

以上のことから、数学的に解釈する力や表現する力は、国際調査や各種学力調査から課題となった「読解力」向上を視野に入れた算数科における重要課題として取り上げられたものであると考えられる。

イ 数学的に解釈する力や表現する力にかかわる先行研究

(ア) 研究機関・文献からの引用

数学的に解釈する力や表現する力は、明確に定義されておらず、また、様々な要素が含まれていると考えられる。そこで数学的に解釈する力や表現する力にかかわる表現や考え方、とらえ方を様々な研究機関・文献などから取り出してみることにする。

立花(2006)は、論理的に考えて事象を数学的に解釈し表現することの重要性について、問題場面から要素やその関係を取り出すことの必要性、数学的に表現することが問題場面を的確に把握したり学習内容をより深くとらえなおすことに大いに役立つという経験を生徒に積ませることの必要性を指摘した。

長坂(2006)は、数学的に解釈する力を、問題を解釈する力と結論を解釈する力の大きく二つにとらえた。問題を解釈する力は、与えられた問題に対して、求められているものを的確にとらえ、既習事項とのかかわりを見つけ問題の中の課題を把握し、解決へと導く力であり、これはさらに基礎的な解釈と数学的に基づいた解釈の二つに分けられる。結論を解釈する力とは、問題解決を通して得られた結論に数学的な意味付けができ、さらにそれを別の場面に適応・発展させたり、一般化することができる力と定義付けた。

実際に算数の問題を解決するためには、数学的な要素を取り出す前提として、問題を国語レベルで理解し、論理的に思考する必要がある。文部科学省(2005a)は、国際調査の結果を受け、学習指導の改善に向けて、数学的に解釈し表現する指導に加えて基本的な概念の意味理解の指導を重視すると指摘している。基本的な概念の意味理解が十分でなければ、状況(問題の文脈)が変わったとき、身に付けた知識や技能が活用できなくなる可能性があり、いろいろな状況で問題の解決に数学的リテラシーを活用する力を育てるには、算数・数学科で基本的な概念の意味理解を一層重視すべきであるからである。

すなわち、状況やデータを解釈し、それに基づいて自分の考えを整理し自分の考えを数学的な表現を用いて説明するためには、前提として基本的な概念の意味理解が不可欠であることを示唆している。

(イ) 「読解力」と数学的に解釈する力や表現する力との関係について

数学的に解釈する力や表現する力は、「読解力」につながるものであり、文部科学省(2005b)は「読解力」向上に関する指導資料において、「読解力」を高める指導として、テキストを理解・評価しながら読む、テキストに基づいて自分の考えを書く、様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実することとしている。

指導例では、目的に応じて理解し、解釈する能力の育成のために、与えられた情報の関係を読み取り、自分の目的に応じて判断する能力を育成することを数学のねらいの一つにあげている。その主な学習内容として、「判断のために必要な情報は何かを整理する」「その情報をどのように判断するべきかを話し合う」「課題をどのようにして解決するかという方法の理解だけではなく、学習内容についての意味の理解、学んでいることのよさの理解などを重視した指導をする」としている。

「読解力」は、国語だけでなく、算数・数学科においても身に付けていくべきものであり、「読解力」向上に向けての改善の具体的な方向として、算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成も求められていると考えられる。

(ウ) 数学的に解釈する力と表現する力との関係について

吉川(2006)は、算数科における「読解力」を、「書かれたテキストを読み、そこから情報を取り出し、そうした情報を基にして、適切にことがらを解釈したり、意味を理解したりする。その上で、自分で納得のいく判断をしたり、自分に必要な問題を解決したりするなど、目的に応じた活用をしていく。こうした一連の活動を進めていく力である」とし、この算数の読解力と並んで、子どもが自分で算数を生かし表現する力の育成も重視し、読解力と表現力を総合的に育成する重要性を指摘している。

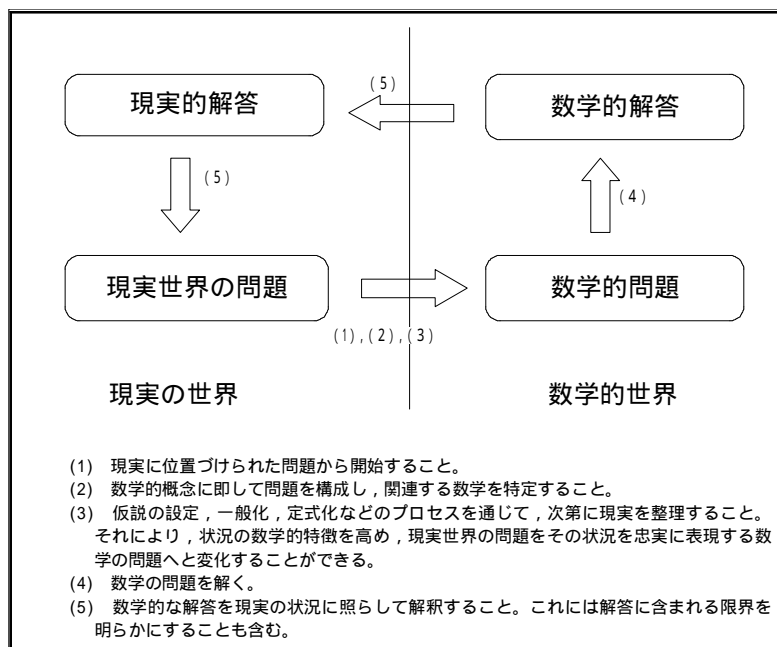
すなわち、解釈と表現は、表裏一体のものであり、有機的に関連させながら指導することが大切であることを示唆している。

(I) 問題を数学的に解釈し表現することについて

黒澤(1983)は、算数教育実践の構造、または算数学習の構造は、算数教育を受けるものの生活行動の中から認識される事象を取り出して、その事象から数理を抽出し、その数理を事象に適用できるようになり、その事象への適用能力を生活行動に活用できることによって学習者の生活行動の向上が可能になることであると指摘した。この理論は本県でも多くの学校現場で実践されており、とりわけ問題を解釈し表現する場において有効性が確認されている。また、伊藤(1968)は、算数科における文章題の困難さを述べたうえで、児童の思考過程に沿って文章題の指導法を構造化した。立花(2006)が指摘した、問題場面から要素やその関係を取り出すことについては、黒澤の問題解決における典型的思考過程と伊藤が指摘した、児童が文章題に直面したときの思考段階と共通する部分が多い。これらの先行研究から、問題を解釈し表現するためには、児童の思考過程に沿って指導していく重要性を示唆している。

(オ) 数学的リテラシーとのかかわりについて

PISA調査における数学的リテラシーの定義は「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心をもった思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力」であり、「根拠に基づいた判断」「生活上の必要にかなうような数学を使う能力」が示されているといえる。この数学的リテラシーは、PISA型読解力と重なる部分も多い。また、「活用する」という意味合いが強く、算数・数学教育に求められている力であるといえる。



【図1】数学化サイクル

PISAでは、数学的プロセスを「数学化サイクル」で表現している(【図1】)。現実世界の問題を解決するために、数学的問題に変化させ、解を求め、現実の状況に照らし合わせるというサイクルである。このようなプロセスによって、様々な状況で数学的問題の設定・定式化・解決・解釈を行う際に、数学的アイデアを有効に分析し、推論し、コミュニケーションする能力が培われる。

数学的プロセスにおける考え方は、算数・数学における意味理解や活用能力の育成にとって重要な要素となると考えられる。

以上の先行研究から、数学的に解釈する力や表現する力とは、問題の理解・数学的な表現・活用など算数科で求められる幅広い力であるにとらえる必要がある。

数学的に解釈する力や表現する力についての経緯や先行研究から、本研究において、数学的に解釈する力や表現する力を、次のことに留意してとらえるものとする。

- ・解釈する力と表現する力は、有機的に関連しているものととらえること。

- ・PISA調査における数学的リテラシーや読解力の育成も含めたものとしてとらえること。
- ・基礎的・基本的な計算技能や意味の理解を基にした思考力や活用する力を重視したものとしてとらえること。

(2) 本研究における数学的に解釈する力や表現する力の定義

数学的に解釈する力や表現する力が取り上げられた経緯や先行研究を基に本研究における数学的に解釈する力や表現する力を次のように定義し、具体的な構成要素を抽出した。

数学的に解釈する力や表現する力とは、問題を数学的に理解し、論理的に適切な数学的表現し、実生活と関連付け活用する力である。

すなわち、数学的に解釈する力や表現する力を「問題の理解」「数学的表現」「活用」の大きく三つの角度からとらえた。

具体的な構成要素を以下に示す。

ア 主に「問題の理解」

- ・問題を構成している要素を抽出する力
- ・求答事項と既知事項を構造的に把握する力
- ・既習事項とのかかわりを見つけ問題の中の課題を把握し、解決へと導く力

イ 主に「数学的表現」

- ・根拠をもって述べる力
- ・用語や式、図・表・グラフなどを適切に表現する力
- ・自他の考えを比較検討する力

ウ 主に「活用」

- ・数学的な解答を検討する力
- ・他の状況に応用する力
- ・実生活に生かす力

2 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想

(1) 学習指導の改善

小学校算数科において重要課題とされる数学的に解釈する力や表現する力の育成を図るためには、教科の目標と照らし合わせながら学年や単元で身に付けさせたい数学的に解釈する力や表現する力の育成にかかわる指導内容を明確化すること、さらにそれを基にした指導内容の理解・定着を図るための具体的な手だてが必要である。

本研究においては、数学的に解釈する力や表現する力の育成を図るための指導内容を明確化したりテラシー・リストと理解・定着を図るための学習シートを作成し、学習活動の中で活用することをとおして、小学校算数科における学習指導の改善に役立てようとするものである。

学習指導の改善の視点は以下のとおりである。

ア 確かな問題理解と時間短縮

確かな問題理解のためには、与えられた状況やデータから求められているものを的確にとらえ、構成要素を抽出し、既習事項とのかかわりを見つけ問題の中の課題を把握し、解決へと導くことが必要とされる。この過程に時間を費やしてしまうと、解決する問題数が限られ、残ったわずかな時間で表現・処理を行うだけの授業になってしまう。これは一般化がしづらくなる

ばかりでなく、解決に至る数学的な考え方を定着することが難しくなる原因と考えられる。そこで、問題を理解する過程をある程度パターン化すること、問題の構造を理解するために数直線や絵図等で表すことを習慣づけ、短時間で問題を理解させることが必要である。

イ どの児童にも数学的な表現をさせること

一部の児童による発表で解決するだけでなく、表現の手順や方法を理解させながらどの子にも表現させることが必要である。

ウ 算数で学習したことを活用して有用性を味わわせること

学習した内容が、生活に生き役に立っているということを味わわせ、積極的に算数を活用させることが必要である。

(2) リテラシー・リストの作成

リテラシー・リストは、教科の目標と照らし合わせながら学年や単元で身に付けさせたい数学的に解釈する力や表現する力の育成にかかわる指導内容を明確化したものである(【資料1】)。

リテラシー・リストには、「単元名」「単元の目標」「単位時間の目標」「主な評価規準」「関連する学習シートの番号」「数学的に解釈する力や表現する力にかかわる学習内容」「シートの使い方」を示す。

数学的に解釈する力や表現する力の育成にかかわる指導内容は、どの指導場面で、どの部分に焦点化するかを配慮する。単元の前半では「問題の理解」に重点を置いて問題意識をもたせ、半ばでは「数学的表現」に重点を置いて考えを練り合わせ、後半では「活用」に重点を置いて算数の有用性を感じ取らせたいと考える。

【資料1】リテラシー・リストの例(5年単元 比べ方を考えよう)

13 比べ方を考えよう (百分率とグラフ)					
単元の目標					
○ 割合、百分率、歩合などの意味について理解し、それらを帯グラフ、円グラフに表したり、用いたりすることができる。					
時	目 標	主な評価規準	シート	数学的に解釈する力や表現する力	シートの使い方
(1)割合と百分率 3時間					
1	○割合の意味を理解する。	関数量を比べるときに、全体と部分の関係をとらえようとしている。	1	・全体を1とみたとき、比べられる量がどれだけにあたるかという考え方を既習事項から想起し、それをもとに割合について考えようとする。	・単元の前に復習問題として実施し、全体を1とみる考え方を確認する。
2	○割合は比較量と基準量から求められることを理解する。				
		考数量を比べるときに、全体を1と見て部分の量を表し、比べる方法を考えている。	2,3,4	・試合数と勝ち数を比べ試合数を1とみて考える。 ・線分図から全体と部分を比べてその関係を理解し表現する。 ・割合を求めることばの式を立てることができる。 ・割合が1を超える意味を説明し、割合の意味理解を深める。	・2は、授業の問題把握の場面で使用する。 ・3は、授業の自力解決の場面で使用する。 ・4は、授業の後半に他の場面の活用適用のために使用する。
3	○百分率の意味とその表し方を理解する。 ○歩合について知る。	関割合を歩合で表すことを知り、身の回りから歩合で表したのを見つけてようとする。 表割合を百分率で表したり、百分率で表された割合を小数で表したりすることができる。 知百分率の表し方を理解している。 知歩合、割、分、厘の意味を理解している。	7 6	・打率や勝率の求め方に興味をもつ。 ・友だちとのゲームをとおして、割合について興味をもつ。 ・数直線に%と割合を表し、その関係を説明する。	・5のセブンステップシートをもとに問題把握をし、求めた割合から、百分率や歩合の表し方のかかわりについて理解させる。 ・6は、宿題や朝自習で使用する。 ・7の①②は授業で、③は宿題で使用する。
(2)百分率の問題 4時間					
1	○比較量は基準量と割合から求められることを理解する。	関百分率やそれに関する計算を、日常事象の考察や処理に用い	8 9	・割合、比較量、基準量の求める公式を覚えようと	・宿題や朝自習で適用を図る。

イ 「数学的表現」に重点を置いたシート

このシートは論理的に適切な数学的表現をするためのものであり、学習内容によって多様なものになる。数学的な表現として、式の意味の説明(【資料3】)、記述された説明に沿った立式(【資料4】)、計算処理の方法の説明(【資料5】)、考えの比較検討(【資料6】)などをさせるために使用する。

シートに使うことにより、一部の児童だけの発表に終わることなくどの児童にも数学的表現をさせるものである。

【資料3】「数学的表現」式の意味の説明

まみさんの考え方を説明しましょう

$1800 \times 0.3 = 540$

割びきのねだんを求めると。

$1800 - 540 = 1260$

もとのねだんから割びきのねだんをひいて代金を求める。

答え 1260円

ゆうたさんの考え方を説明しましょう

$1 - 0.3 = 0.7$

もともになる割合である1から割びいた割合をひいて代金の割合を求める。30%びきというのは、70%である。70%を割合で表すと0.7である。

$1800 \times 0.7 = 1260$

もとのねだんの0.7倍のねだんを求めると。

答え 1260円

【資料4】「数学的表現」説明に沿った立式

小数のわり算を考えよう 4
小数を小数でわる

問題
6.5mの重さが7.8kgの鉄のぼうがあります。この鉄のぼう1mの重さは何kgですか。

★7.8÷6.5の計算の方法を次のように考えました。説明にそって式を書きましょう。

①0.1mの重さから考える方法

ア 6.5mは、0.1mが65あること $6.5 \times 10 = 65$

イ 0.1mの重さ $7.8 \div 65 = 0.12$

ウ 0.1mの重さを10倍して、1mの重さをもとめる $0.12 \times 10 = 1.2$

答え 1.2kg

②6.5mの重さを出してから、1mの重さをもとめる方法

ア 6.5mの重さを10倍して、65mの重さをもとめる $7.8 \times 10 = 78$

イ 65mの重さを10でわって、1mぶんの重さをもとめる $78 \div 65 = 1.2$

答え 1.2kg

③「わられる数とわる数の両方を10倍した商は等しい」というまりを使って考える方法

ア わられる数を10倍する $7.8 \times 10 = 78$

イ わる数を10倍する $6.5 \times 10 = 65$

ウ わり算をする $78 \div 65 = 1.2$

答え 1.2kg

【資料5】「数学的表現」計算処理の方法の説明

型に名前をつけよう

問題
① 次の計算を筆算でしましょう。計算のしかたで、4つの型に分類し、分けられた理由を書きましょう。最後に4つの型の名前をつけましょう。

ア $51 + 3 = 17$ イ $74.5 + 5 = 14.9$ ウ $84.6 + 9 = 94$

エ $3.6 + 9 = 0.4$ オ $50.4 + 8 = 63$ カ $8.4 + 6 = 1.4$

キ $5.4 + 6 = 0.9$ ク $62.4 + 4 = 16.6$

(10より小さい小数 + 整数が10より小さい小数)型 (十の位から商が立つ)型
記号(ア, イ)
理由
10より小さい小数で+整数で、答えが1より大きいもの

(一の位から商が立つ)型 (商が1より小さい小数)型
記号(ウ, オ)
理由
商が十の位には立たず、一の位から立つもの

記号(エ, キ)
理由
商が1より小さい小数になるもの

【資料6】「数学的表現」考えの比較検討

計算のさまりをみなおそう2
□, △, ○で式を書こう

問題①
左の長方形の面積を求めよう。

5cm

3cm 4cm

あ い

右の長方形の面積を求める式：
 $5 \times 3 = 15$ あ の面積
 $5 \times 4 = 20$ い の面積
 $15 + 20 = 35$
 あ と い をあわせた全体の面積
 答え 35cm²

★ひとつの式にあらわしましょう。

ア 「あ」の面積をもとめ、「い」の面積をもとめ、それをあわせる式
式 $5 \times 3 + 5 \times 4$

イ 「あ」と「い」の横の長さをたして、たての長さとの積をもとめる式
式 $5 \times (3 + 4)$, $(3 + 4) \times 5$

あなたは、アの方法とイの方法ではどちらが計算しやすいですか。次の面積をどちらかの方法で計算しましょう。

6cm

2cm 3cm

式 アの方法 $2 \times 6 + 3 \times 6 = 30$
 イの方法 $(2 + 3) \times 6 = 30$
 答え 30cm²

ウ 「活用」に重点を置いたシート

このシートは算数を活用するためのものであり，算数の有用性を感じ取らせるものである。

このシートを基に，得られた数学的な解答を現実の問題と照らし合わせてどんなことが言えるのかを検討したり【資料7】，他の状況に応用したり身の回りにあるものに着目させ実生活に生かしたり【資料8】する。そうすることによって，学習した内容が生活に生き役に立っているということを味わわせ，積極的に算数を活用する動機を高めることにつながると考える。

【資料7】「活用」数学的な解答の検討

比べ方を考えよう 14
グラフの読み取り

<問題>
下の帯グラフは，日本のエネルギーの割合を表しています。
★の問題に答えましょう。

日本のエネルギーの割合

★エネルギーのそれぞれの割合を百分率で表すと何%ですか。

石油 石炭 天然ガス
 原子力 水力

★石油は，全体のおよそ何分の一になるか，分数で答えましょう。

★石油は，天然ガスの何倍でしょう。 倍

★帯グラフを読み取った答えから，どんなことを考えましたか。

【資料8】「活用」応用したり生かしたりすること

比べ方を考えよう 16
身のまわりの割合

問題
身の回りのなかで割合が表示されているものを見つけて，その意味を説明しましょう。

例

表示 レジにて5割引
意味 代金が半額になるということ。100円の品物は50円になる。

表示 鮮魚20%引
意味 20%引いた値段で買えるということ。100円のは，80円になる。

表示

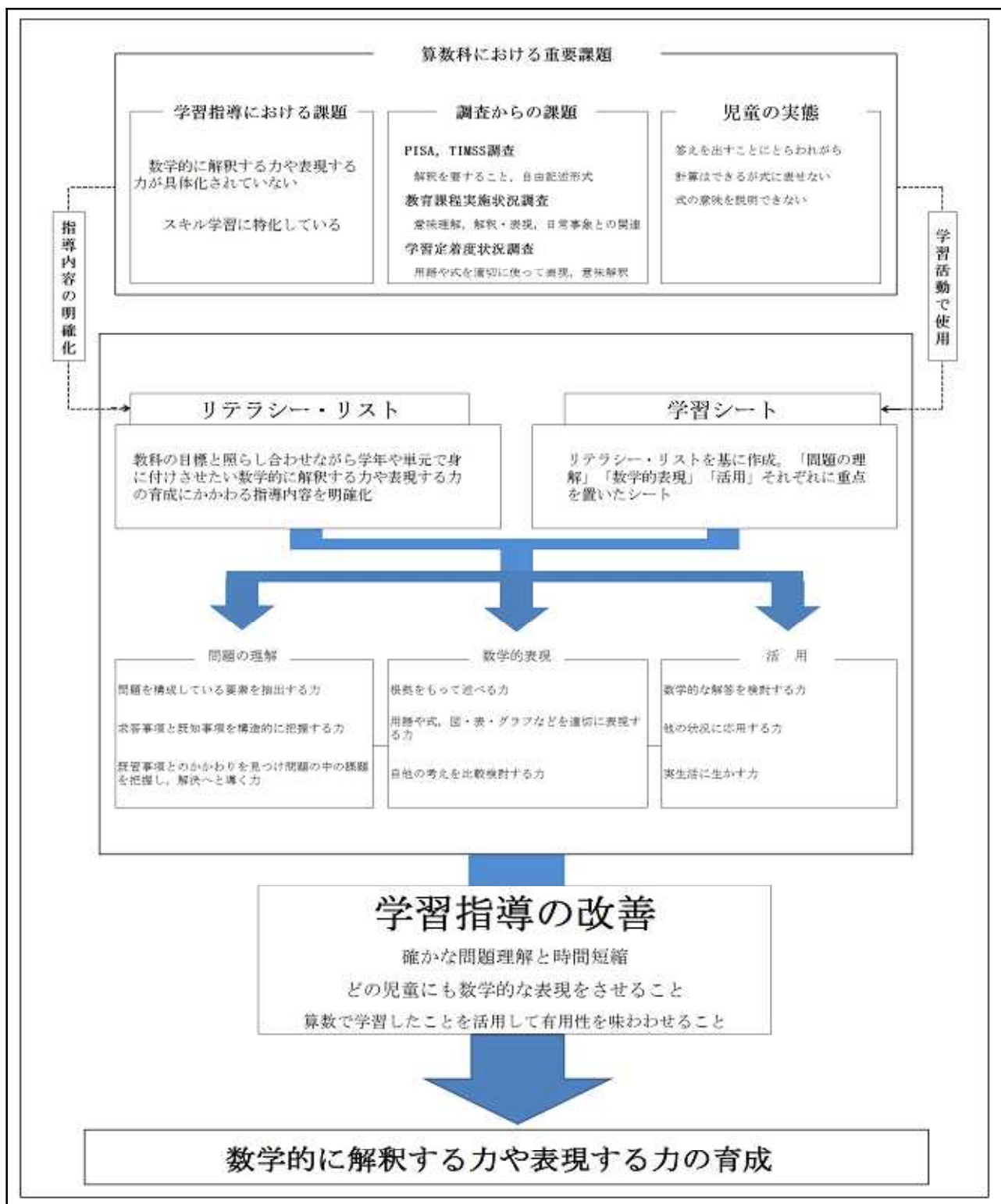
意味

表示

意味

(4) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想図

以上のことから，小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想図を【図2】のように作成した。



【図2】小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本構想図

3 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案

基本構想を基に、小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案を作成する。

(1) 単元の指導目標・単位時間の指導目標の明確化

ア 単元の目標の確認

学習指導要領の指導事項を基に、単元の目標を確認する。

イ 評価規準の確認

単元の評価規準を確認する。

ウ 数学的に解釈する力や表現する力の確認

リテラシー・リストを基に、育てたい数学的に解釈する力や表現する力を確認する。

(2) 学習シートを使用した単元指導計画の作成

ア リテラシー・リストの「シートの使い方」を基に、単位時間毎の使用場面や、授業以外での使用場面を押さえながら、単元の指導計画を作成する。

イ 単元をとおして、具体的な学習シートの活用を示した教師用の学習シートの手引き（補充資料参照）を作成する。

(3) 学習シートの使い方の留意点

学習シートはすべての単位時間に盛り込むものではなく、また、学習シートによって指導過程のすべてを規定するものでもない。学習シートの必要性や使い方について、児童用オリエンテーションシート（補充資料参照）によって理解させる。主な使用方法については以下に示す。

ア 授業の導入部分での問題把握のために使用する。

イ 授業の自力解決の手助けとするために使用する。

ウ 学習内容を定着させるために家庭学習や朝自習の場面で使用する。

エ 既習事項を確認させるために家庭学習や朝自習の場面で使用する。

オ 日常生活への活用として、授業や家庭学習・朝自習の場面で使用する。

以上のことを踏まえ、指導試案を【図3】に示す。指導試案には学習シートの使用場面をすべて明記したが、各単位時間で、使用する場面を重点化するものである。

単元の 見通し	リテラシー・リストを基にした学習指導計画立案			
	単元の指導目標・単位時間の指導目標の明確化 学習シートを使用した単元指導計画の作成 児童に対するオリエンテーションシートを基にした学習シートの使い方の説明			
	学習シートを使用した単位時間を中心とした学習指導			留意点
	段階	数学的に解釈する力や表現する力との関連	学習シートの使い方	
導入段階で重点的に	既習事項の確認	問題の中の課題を把握するために必要な既習事項を確認する。	単元や単位時間に指導する内容に必要な基礎基本となる学習内容について、前単元や前学年から取り上げた学習シートを活用する。単なる表現処理ではなく、数学的に解釈する力や表現する力にかかわる内容を中心とする。	児童の実態によって朝自習や家庭学習など授業以外で取り組ませる場合と、授業のはじめに短時間で取り組ませる方法がある。
前半で重点的に	問題把握 主に「理解」にかかわる。	問題を構成している要素を抽出する。 ・ 求答事項と既知事項を構造的に把握する。 ・ 既習事項とのかかわりを見つけ問題の中の課題を把握し、解決へと導く。	セブンステップシートを基に、問題の構造をとらえさせ、そこから課題に結び付ける。	セブンステップシートは問題把握のための段階を構造化したものである。記入にあたっては省略したり簡潔化したりするなど弾力的に取り扱う。
半ばで重点的に	課題解決 主に「数学的表現」にかかわる。	根拠をもって述べる。 ・ 用語や式、図・表・グラフなどを適切に表現する。 ・ 自他の考えを比較検討する。	図や数直線等を使って考えるシートや、意味理解を深めるために説明などの表現をさせるシートを基に、自力解決や集団での解決を行う。	多様な考え方を認めつつ、共通点に気付かせるようにする。シートを見直すことで、考え方のプロセスを理解させる。
後半で重点的に	適用 主に「理解」「数学的表現」にかかわる。	適用問題をとおして問題を理解し、数学的表現を使って学習内容の定着を図る。	学習したことを振り返らせながら、適用問題のシートを使用する。	表現処理にとどまらず、身に付けた考え方を想起させる。
	発展・活用 主に「活用」にかかわる。	発展問題を解決する ・ 日常生活とのかかわりを見つけ出す	学習したことがどんなことに使用できるのか、日常生活にはどう生かされているのかなど、体験や活動をしながら学べるシートとして使用する。	問題づくりなどの算数の発展の場合は友達とかかわらせるなど授業での取り扱いが中心となる。日常生活に生かす場合は、家庭で取り組ませることが中心となる。

【図3】小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案表

研究のまとめ

1 研究の成果

本研究は、小学校算数科において、数学的に解釈する力や表現する力の育成を図るための指導内容を明確化したリテラシー・リストと理解・定着を図るための学習シートを作成し、学習活動の中で活用することをとおして、小学校算数科における学習指導の改善に役立てようとするものである。第1年次のこれまでの研究の結果、次のような成果を得ることができた。

(1) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する基本的な考え方について

小学校算数科における課題や先行研究から、数学的に解釈する力や表現する力を「問題の理解」「数学的表現」「活用」の大きく三つの角度からとらえ、それに基づき、リテラシー・リストと学習シートの作成の視点を見出した。

(2) 小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する指導試案の検討

リテラシー・リストを基にして、セブンステップシートによる問題の理解、論理的な数学的表現、学習内容の活用を中核にした指導試案を作成した。

2 今後の課題

これまでの研究成果を踏まえ、小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する試案の作成とそれに基づいた指導計画の作成を行う。さらに指導実践を行い、その分析と考察をとおして、小学校算数科における数学的に解釈する力や表現する力の育成に関する研究のまとめを行う。

〔おわりに〕

この研究を進めるにあたり、ご協力いただきました研究協力校の先生方に心から感謝申し上げます。

【引用文献】

伊藤武(1968),『文章題指導の現代化』, 明治図書, p.11

黒澤誠(1983),『実践のための算数教育原本(上)』, 第一法規, p.243

立花正男(2006),『数学的な見方や考え方を育てる授業のあり方』, 平成18年度岩手県算数・数学担当指導主事等研修会資料

中央教育審議会(2003),『初等中等教育における当面の教育課程及び指導の充実・改善方策について(答申)』

文部科学省(2005a),『小学校算数・中学校数学・高等学校数学指導資料 PISA2003(数学的リテラシー)及びTIMSS2003(算数・数学)結果の分析と指導改善の方向』p48

文部科学省(2005b),『読解力向上に関する指導資料』pp.14-15,p22

吉川茂夫(2006),『算数で取り組む読解力向上の戦略』,『読解力向上をめざした授業づくり 高学年』, 東洋館出版社, pp.50-51

【参考文献】

国立教育政策研究所(2004),『PISA2003年調査評価の枠組み』, ぎょうせい

長坂俊彦(2006),『数学的に解釈する力を重視した学習指導方法に関する研究』, 平成17年度山梨県総合教育センター研究紀要

中原忠男(1995),『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社, pp.199-200

補充資料

児童用オリエンテーション用シート -----資 1

学習シートの手引き 教師用抜粋 -----資 5

算数の勉強で大切なこと

宿題がすこしふえたり、授業中にプリントをやったりしますが、みなさんがもっと算数が得意になるにはどうしたらいいか 一っしょうけんめい考えてつくったプリントです。ぜひ取り組んでください。

さて、算数の勉強について、次のページから ちょっとめんどうくさいことが書いていますが、学習プリントを使う前に ぜひ、じっくりと読んでほしいと思います。

どんな問題かわかるために・・・

- 8月。
20分もすれば、1ℓくらい あせが出てくるような暑い日です。温度計をみると32度にもなっています。
5年生のひろしさんは、こんな日にひどい夏かぜにかかってしまいました。熱は38度もあります。
来月の9月には40歳になるお母さんが、ひろしさんの頭を氷で冷やそうと冷蔵庫をあけてみると、氷が製氷器に10個しかありません。
そこで、ひろしさんの弟に、家から2.5km離れた知り合いの家から、氷を30個もらってくるように言いつけました。
そのあいだに、お姉さんは、冷蔵庫で空になった製氷器に水を入れて氷を作り始めました。
1時間後、弟は30個の氷をうすいビニール袋に入れて、息をきらして持って帰ってきました。お姉さんが作った氷もできあがりました。
1個の氷の重さを10gだとすると、ひろしさんの家には氷が全部で何gあるでしょう。
ずいぶん長い問題ですね。

でも、コツをおぼえるとだいじょうぶ。かんたんに読めるようになります。

ただ、じっくり、ねばりづよく考えることがたいせつです。

時間をかけ、いろいろなことをためて答えを見つけたときのよろこびは、とても大きいことに気づくでしょう。

ねばりづよく。あきらめない。これが、算数がわかるようになる基本です。

さて、上の問題にもどりましょう。

1 はじめに、どんな問題なのかを自分なりに想像します。

夏の暑い日にひろしさんをかんびようしようと氷を集める場面が想像できましたか。

2 次に、もとめるものは何かをたしかめます。

ひろしさんの家にある氷の重さですね。

3 氷の重さをもとめるために、わかっていることをとりだします。

もとめることに必要のない部分を消していき、できるだけかんたんな問題に直します。ただ気をつけることは、問題文に書いていないことでもわかっていることを取り出すことです。お姉さんが作った氷は10個です。

では、上の問題をかんたんな文章になおしてみましょう。

- 氷が10個しかありません。
弟は30個の氷を持って帰ってきました。お姉さんが作った氷もできあがりました。
1個の氷の重さを10gだとすると、氷が全部で何gあるでしょう。

この問題ならどうでしょう。いらなところを消すと考えやすくなったでしょう。わかっていることは、①氷が10個ある。②30個の氷を持ってきた。③また10個作った。④1個は10g。となります。

4 もとめることとわかっていることがどんな関係なのか、式を立てるための大切なことばを見つけます。

「全部で」というのが大切なことば(キーワード)になりますね。

5 図や絵をかいて考えます。

氷の絵を10個、30個、10個とかいてもいいし、数直線で表してもいいのです。



6 答えのよそをしします。

実際の場合をおもいうかべたり、にたようなことを思い出したり、あるいは図や絵から考えたりして、だいたいどのくらいになるのかを考えます。

上の数直線から、10gの位置と□の位置を考えると、500gだってわかりそうですね。

7 ことばの式と式を立てます。

ことばの式を作ると、式の意味がよくわかるようになります。

この場合は、

$\boxed{\text{全部の氷の重さ} = 1\text{個の氷の重さ} \times \text{全体の氷の数}}$ となります。

実際に数字をあてはめると、

$10 \times (10 + 30 + 10)$ となります。

計算すると

$10 \times (10 + 30 + 10) = 10 \times 50 = 500$ 答え500g

となりますね。

でも、……

ほんとうに500gあるといえるでしょうか。

計算では500gになったけど、夏の暑い日のじょうきょうを考えると、とけてなくなっている氷もあるはずです。

こんなに苦労したのに……と思うかもしれませんが、

算数でだいじなのは、計算などでもとめた答えが、じっさいの場面ではあてはまるかどうかを考えることなのです。

自分の考えたことをうまく説明するために・・・

なんとなくわかるんだけど、うまく説明できないときがあると思います。

説明するときのコツをおぼえると、自分の考えを整理することができるし、上手につたえることができます。

そのコツとは

- 1 かんたんな数字におきかえることです。
- 2 説明するとき、わかりやすいことばを使うことです。
「はじめに」「次に」「よって」などのことばからはじめると、考え方が整理できます。
- 3 図や絵を使うことです。
問題文を読んで、それを絵にすることもひとつの方法です。でもそれでは時間がかかります。かんたんにしたり、しょうりやくしたりして、表すのもいい方法です。
また、数直線に表すことができると、大きさのちがいがよくわかるようになります。

算数を楽しく学ぶために・・・

くろうしておぼえた算数の勉強を生活に生かしていきましょう。

習ったことで、買い物のかたが上手になったり、新聞からのじょうほうがわかりやすくなったりするはずです。積極的に算数をいかすようにしましょう。

また、問題に答えるだけでなく自分で問題をつくることも力になるし、算数が楽しくなる方法です。楽しくて、ちょっとひねった問題をつくり、友だちと考え合うのもいいですね。

学習シートを使って

これからの算数の勉強では、学習シートを使うときがあります。この学習シートは「どんな問題かわかるため」「自分の考えたことをうまくせつめいするため」「算数を楽しく学ぶため」に使います。どんなときでも、

ねばりよく。あきらめない。

このことをわすれずに勉強しましょう。

比べ方を考えよう 1 (割合と百分率)

比べ方を考えよう 1
全体を 1 とする

<復習>
色によって長さのちがうリボンがあります。

紙テープの色	赤	白	黄	緑
長さ (m)	5	10	12	4

★白のリボンの長さをもとにすると、黄のリボンの長さは何倍ですか。

黄のリボンの長さは、白のリボンの長さの \triangle 倍です。

ことばの式 黄のリボンの長さ + 白のリボンの長さ = \triangle 倍

式 $4 = 10 \times \triangle$

答え 黄のリボンの長さは、白のリボンの長さの 0.4 倍です。

0.4 倍は、 10 m を 1 とみたととき、 4 m が 0.4 にあたることを表しています。

(^_^) 10 m だけだと、それを 1 と考える、もともになるひとつが、 10 m なんだね。

だから、白のリボンを 1 とみると、黄のリボンは 0.4 にあたるんだ。

- 1 -

<ねらい>

- 小数のかけ算の小数倍の意味理解の復習から、基準量と比較量について想起させる。
- 全体を 1 とみて部分の量を表して比べる考え方のヒントにする。

<活用方法>

- 授業のはじめか、朝自習、宿題などで、扱う。
- 所要時間10分程度
- 本単元に入る前か、p38の日常的な場面を用いて、割合に対する興味・関心を引き出す学習の後に使用する。

<備考>

- <復習>は、教科書上 p 82①の問題である。
- 、○、△をそれぞれ、比較量、基準量、割合で表している。

(^_^)は、考え方のヒントとして載せている。

比べ方を考えよう 2 (割合と百分率)

比べ方を考えよう 2
「よく勝っている」って、どういうこと?

<問題>
赤チーム、黄チーム、青チーム、緑チームでバスケットボールの試合をしました。下の表から、4つのチームの中で、どのチームがよく勝っているといえるでしょうか。

チーム	試合数(回)	勝った数(回)
赤	12	6
黄	15	6
青	10	7
緑	15	9

セブンステップシート
問題解決をとらえるための7段階

1 なの問題?	この問題は、4つのチーム同士を比べて、どのチームがよく勝っているかを求めるという問題です。
2 もとめることは?	よく勝っているチーム
3 わかっていることは?	赤 12 試合のうち 6 回勝って 6 回負けた。 黄 15 試合のうち 6 回勝って 9 回負けた。 青 10 試合のうち 7 試合勝って 3 回負けた。 緑 15 試合のうち 9 試合勝って 6 回負けた。
4 キーワード	よく勝っている
5 推測の予想	青チーム
6 予想した理由	試合数の半分以上勝っているのは、青チームと緑チームである。青チームは負けた回数の2倍以上勝っているから。 など
7 たしかめる方法	それぞれのチームで勝った数と負けた数を試合数で比べる。

- 2 -

<ねらい>

- 問題の意味を理解させる。
- ・求答事項、既知事項を取り出し、「よく勝っている」ということについて、全体と部分を比べながら考えさせる。

<活用方法>

- 教科書p39と同問題である。教科書と照らし合わせながら活用する。
- 予想した理由を書かせた後、発表させて、全体と部分について比較していくことに気付かせる。

<備考>

- 図で示すことはここでは求めず、シート1で確認したことを想起させる程度にしてある。