平成２９年度（第６１回）

岩手県教育研究所発表会発表資料

算数／数学分科会

生徒が「わかる」を実感できる確かな学びのあり方

～図形の証明指導の工夫を通して～

平成３０年２月９日

大船渡市立第一中学校

阿　部　貴　之

研究主題

生徒が「わかる」を実感できる確かな学びのあり方
～図形の証明指導の工夫を通して～

1　主題設定の理由

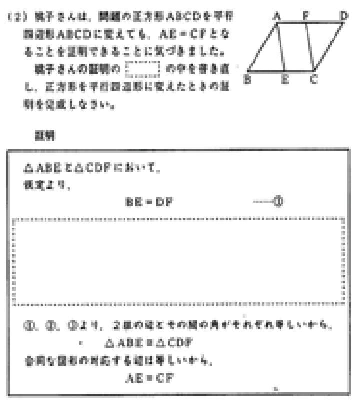
今年度、沿岸南部教育事務所の平成 29 年度「授業力ブラッシュアップ事業」授業改善研修会において、『生徒が「わかる」を実感できる確かな学のあり方～図形の証明指導の工夫を通して～』というテーマ設定のもと、証明問題の指導における「わかる」を実感させるための単元構成や授業展開の工夫と、指導目標と評価規準を明確にした指導と評価の一体化を図る授業づくりに取り組んできた。

証明問題における授業改善の必要性は、ここ数年の諸調査結果から、本県の課題であり本校の課題でもあることが明らかになっている。

Ｈ２７　Ｂ問題

全国（正答率５０％　無答率　１９％）

県（正答率３６％　無答率　２６％）


(2) 桃子さんは、問題の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えても、AE = CFとなることを証明できることに気づきました。桃子さんの証明の［　］の中を書き直し、正方形を平行四辺形に変えたときの証明を完成しなさい。

証明

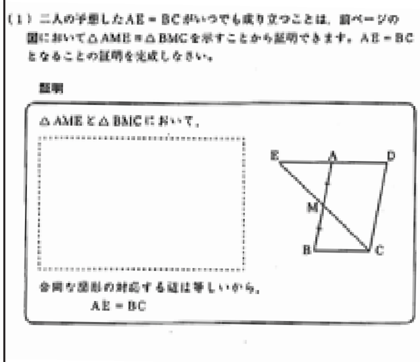
△ABEと△CDFにおいて、
仮定より、
BE = DF　……①

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ABE≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいから、
AE = CF

Ｈ２８　Ｂ問題

全国（正答率３０％　無答率　２２％）

県（正答率２３％　無答率　２７％）


(1) 二人の予想したAE = BCがいつでも成り立つことは、前ページの図において△AME≡△BMCを示すことから証明できます。AE = BCとなることの証明を完成しなさい。

証明

△AMEと△BMCにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
AE = BC

Ｈ２９　Ｂ問題

全国（正答率４５％　無答率　２０％）

県（正答率３５％　無答率　２５％）


4　下の図1のように、正三角形ABCの辺BC、CA上にBD = CEとなる点D、Eをそれぞれとります。また、線分ADと線分BEの交点をFとします。ただし、点Dは点B、Cと、点Eは点C、Aと重ならないものとします。

図1

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 図1において△ABD≡△BCEを示し、それをもとにして、∠BAD = ∠CBEであることが証明できます。∠BAD = ∠CBEとなることの証明を完成しなさい。

証明

△ABDと△BCEにおいて、

合同な図形の対応する角は等しいから、
∠BAD = ∠CBE

上の問題は、平成 27～29 年度の全国学力・学習状況調査のＢ問題と、正答率を示している。全国正答率と本県正答率を比較すると、本県の正答率は過去３年間において全国を下回っていることが分かる。更に、無解答率の高さも課題として挙げられる。これは、本校においても同様の傾向をたどっており、特に証明の記述について苦手意識を持っている生徒が多いのが現状である。誤答分析を行ってみると、「根拠として用いる辺や角の相等関係を見出すことができていないこと」「根拠のないことを前提にしてしまうこと」「結論をはじめ、明らかになっていない関係を根拠として用いてしまうこと」などの原因が見えてきた。

一方で、平成 29 年５月に行われた中学校数学教員研修会では、①証明を読む（方針を読み取ること)、証明の方針を立てることを重点とした指導及び採点の改善を図っていく必要があること、②身につけさせたい資質・能力、評価の観点、評価規準などを踏まえて、どのように単元をデザインし、指導改善を図っていく必要があること、等についての研修を積んできた。

そこで、本研究では、「証明の方針を立てられるようにすること」を指導目標に設定し、「何が分かればよいのか」「何ができればよいのか」を明確にした授業づくりを行うとともに、単元を見通した指導計画を作成し、指導内容を縦断的に繋げることで、「わかる」を実感できる証明指導の在り方を探ることを目的とした。

２　研究の内容

（１）「証明の方針を立てること」を重点にした指導

証明における正答率が低い原因として、仮定や図形の性質から導かれる相等関係を合同条件と結びつけて考えることができないため証明の方針を立てられないのではないかと考えた。

また、平成２９年７月に示された中学校学習指導要領解説数学編には、次のように示されている。

証明をする際には、証明の方針を立てることが大切である。証明の方針を立てるには、例えば、結論を導くために必要な事柄を明らかにしたりする。その上で、それらを結びつけるには、あと何がいえればよいかと探ることが必要である。このような活動は、いつもその順に進むわけではなく、試行錯誤をしながら方針は次第に明確になっていくものである。

そこで、証明の方針を立てるにあたり、ブラッシュアップの授業においては、次の手順を踏んでいくこととした。

①「どの三角形の合同が言えそうか」

②「合同であることを言うためには、何が言えればよいのか」

③「分かっていることは何か」

④「三角形の合同条件に結びつけるために他に言えることは何か」

である。三角形の辺や角の相等関係に着目させながら、試行錯誤しながら考えることをとおして問題の解決を図った。

（２）図形の証明指導におけるカリキュラムマネジメント

「中学校数学研修会」での研修内容を参考にし、教科書２年 P111 の問２の扱い方が、図形の証明問題の指導改善に繋がると考えた。そこで、問２の扱いを、証明に必要な方針を立てさせることに特化することと、併せてその後の証明問題で出てくる図形についても一気に取り上げる指導を行うことで、生徒がその後に学習する証明問題を見通しをもって取り組めるようにした。

（H29 中学校数学教員研修会資料より）

３　実践事例

（１）「授業力ブラッシュアップ事業」授業改善研修会指導案と学習プリント（平成２９年 11 月７日実施）

学習指導案（単元の指導計画と本時の指導）

※単元の指導計画の一部（評価計画）

節	項	時	評価規準			
			数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
３　合同な図形	１　合同な図形の性質と表し方	10			○２つの図形が合同であることや，辺や角の関係などを記号を用いて表したり，その意味を読み取ったりすることができる。	
	２　三角形の合同条件	11	○三角形の合同条件に関心をもち，三角形の決定条件をもとにして，調べようとしている。			○図形の合同と，三角形の合同条件を理解している。
		12 本時		○２つの三角形が合同であるといえる理由を、三角形の合同条件に結び付けて考えることができる。		
		13		○三角形の合同条件を利用して，角の二等分線の作図の方法が正しいことの証明について考察することができる。	○命題の仮定や結論などを記号を用いて表したり，その意味を読み取ったりすることができる。	
	３　証明のすすめ方	14	○証明の進め方に関心をもち，仮定から結論を導く過程やその根拠を明らかにしようとしている。	○図形の性質などを証明するために，構想や方針を立てることができる。		
		15		○証明の根拠となることがらを明らかにして，簡単な図形の性質を証明することができる。		○証明の必要性と意味を理解している。
基本の問題 章の問題Ａ		16				

※本時の指導

（１）本時の目標

・２つの三角形の辺や角の相等関係に着目し、試行錯誤して考え（数学的な見方・考え方を働かせ）

・２つの三角形が合同になる理由について調べる活動を通して（数学的活動を通して）

・三角形の合同条件と結び付けて図形の証明の方針を立てて考えることができる。

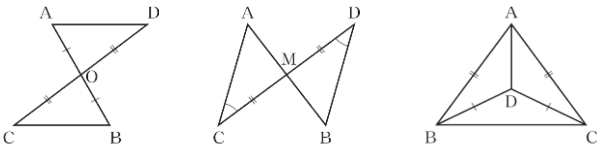
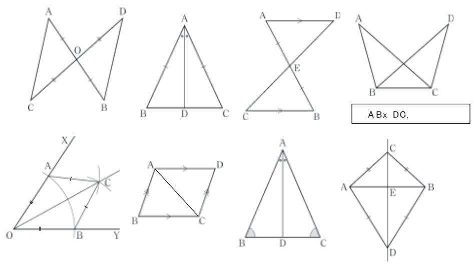
（資質・能力の育成を図る）

（２）本時の評価規準

・２つの三角形が合同であるといえる理由を、三角形の合同条件に結び付けて考えることができる。

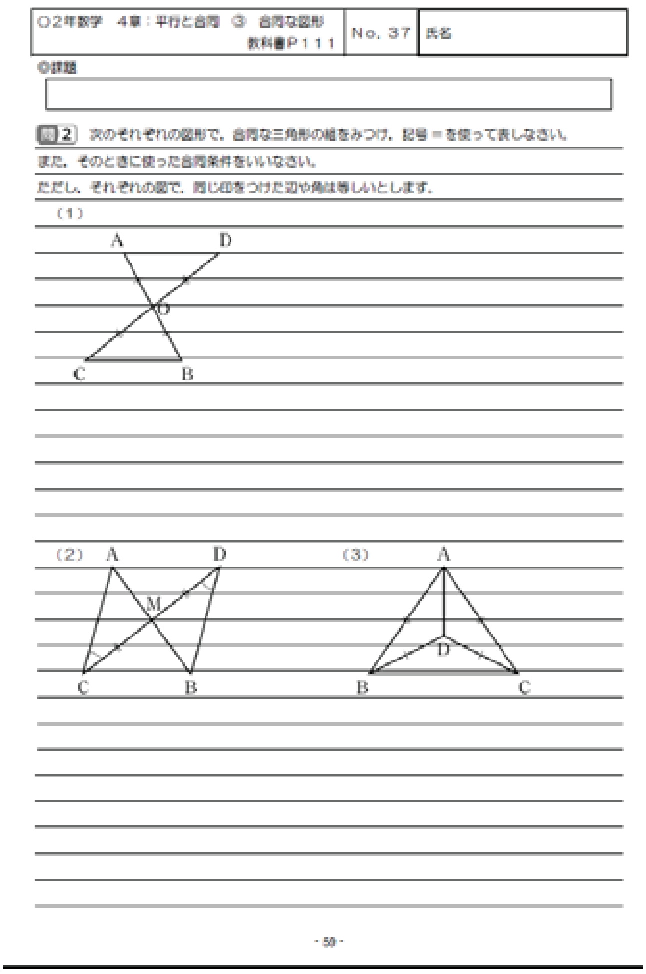
【数学的な見方・考え方】

（３）本時の展開案

段階	学習内容	学習活動	指導上の留意点と評価
導入 ５分	１　問題提示	１　本時の問題を把握する。	・前時で学習した例１を振り返り、三角形の合同条件を確認する。
	【問題】次のそれぞれの図形で、合同な三角形の組をみつけ、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件をいいなさい。 		
	２　学習課題の設定	２　学習課題を確認する	
	合同な三角形をみつけ、合同になる理由を考えよう。		
展開 １５分	３　課題解決	３　問題（１）を考える。 ①　解決の見通しをもつ。 ・どの三角形の合同がいえそうか ・どの合同条件にあてはまりそうか ②　合同になる理由を考える。 ・わかっていることは何か ・合同条件に結びつけて考える。 ③　合同になることの理由をまとめる。	・生徒とのやり取りを通して板書に位置付ける。 →まとめの際にもう一度確認する。
		問題（２）（３）について、全体で確認する。	・思考の滞っている生徒については、問題（１）を利用して説明し、理解を促す。
	４　まとめ	４　板書で考える手順を再度確認し、まとめとする。	
２０分	５　問題演習	５　練習問題に取り組む。 	・今後の証明問題で扱う図形を取り上げる。 **２つの三角形が合同であることを、合同条件に結び付けて考えることができる。** **【数学的な見方・考え方】**
終末 １０分	６　振り返り	６　板書による振り返りとプリントへの記入 Ｓ「２つの三角形が合同であることをいうためには、対頂角や平行線の錯角などを利用すれば良いことが分かった」 Ｓ「はじめはどの合同条件が当てはまるのか分からなかったけれど、説明したり問題をやっているうちに理由を説明できるようになってきた」	

（４）学習プリントと板書

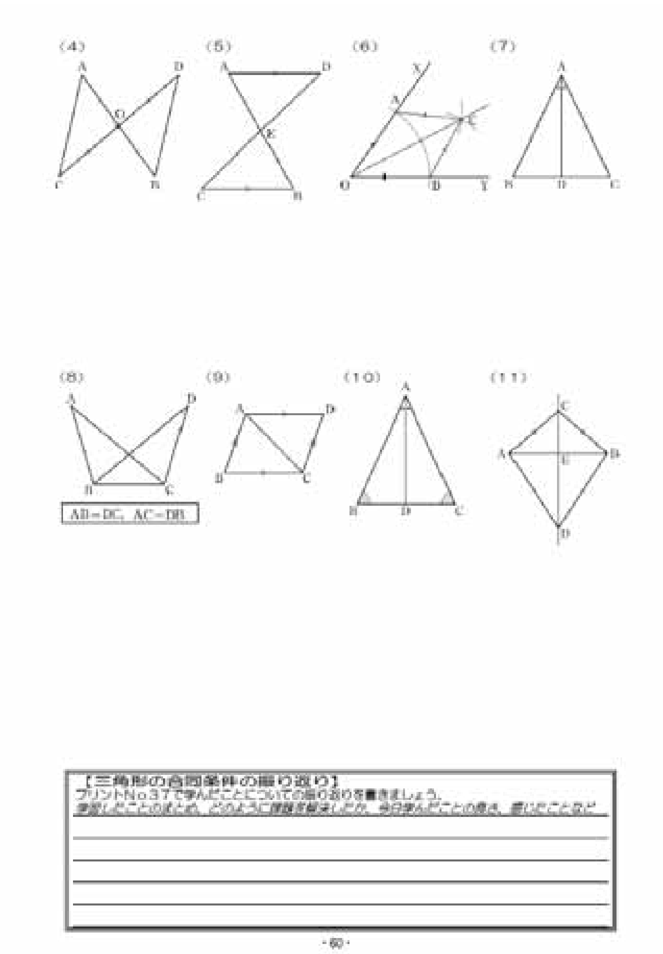
≪学習プリント≫



○２年数学　４章：平行と合同　③　合同な図形　教科書Ｐ１１１	No. 37	氏名

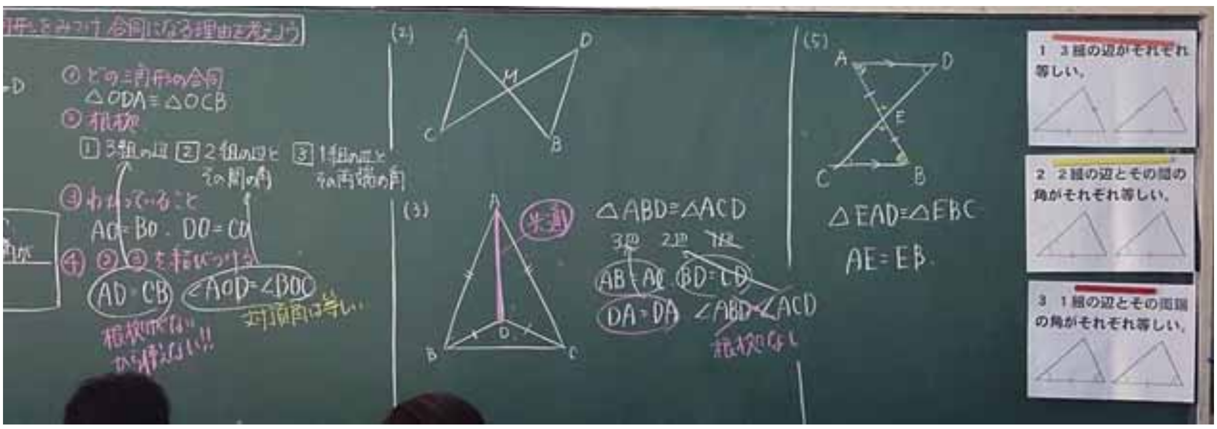
◎課題

問２　次のそれぞれの図形で，合同な三角形の組をみつけ，記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのときに使った合同条件をいいなさい。
ただし，それぞれの図で，同じ印をつけた辺や角は等しいとします。



【三角形の合同条件の振り返り】
プリントNo.37で学んだことについての振り返りを書きましょう。
学習したことのまとめ，どのように課題を解決したか，今日学んだことの良さ，感じたことなど

≪授業の板書≫



【生徒の振り返りと参加者のアンケート】

①生徒の振り返り

- 合同な三角形を見つけるには、ひとつひとつ合同条件に当てはめればよいことが分かった。その前に、わかっていることやその他にいえることなども必要だった。最初は説明とか全然できなかったけど、だんだんできるようになって良かった。
- ひとつずつわかったことやその他いえることを頭の中で理解すれば、「あ、この合同条件だ！」とひらめいて楽しかった。対頂角や錯角など今までに習ってきたことも使って見つけることができたので良かった。平行や長さが等しい記号をしっかりと見極めないといけないと思った。これからも焦らずにしっかり考えていきたい。
- 初めは、わからないところがあったけど、問題を解いていくうちに考え方がわかるようになっていった。あと、なんとなくではなくて、ちゃんと根拠がなくては等しい、合同だといえないことも覚えることができたので、これからは気を付けていきたいと思う。
- 今回の授業で学んだことは、根拠があるかないかをしっかりみきわめて、根拠がないものはしっかりと消していくということ。合同条件がわからない時には、等しい辺や等しい角をしっかりと見つけていくことが大切だと思いました。学んでみての良さは、合同になりそうな三角形をみつけて、等しいところを見つけて合同条件がいえれば確実に合同だということが分かるということです。

②参加者のアンケート

- 「わからない」ことを悩みぬいたからこそ、子供たちの大きな「わかった」が返ってくる授業だと思った。ややもすると、子供たちが困らないようにと、教師側が見通しを持たせるための手立てをとりたくなるが、それでは子供たちが自分で方針を立てる力ははぐくまれない。「わからない」「うまくいかない」の試行錯誤があるからこそ、真に「方針を立てる」力が育まれると実感できた。だからこそ、単元計画などのカリキュラムマネジメントの必要性・重要性も理解することができる。単元を通じて子供たちに身につけさせたい力は何なのか、それをどの場面で実践すればよいか、今後も考え続けていきたい。
- 証明指導について、先を見通し（単元を見通し）最初の段階を丁寧に指導することが参考になった。問ひとつだけを１時間で扱うことに不安を持っていたが、先につなげるためには必要であることが理解できた。単元全体を見通し、カリキュラムマネジメントできるよう、内容のかかわりを考えながら（領域を越えても）指導にあたりたいと思う。
- 生徒に「わかる」を実感させるための授業づくりに大切なこととして、単元を見通したカリキュラムマネジメントが有効であることを学んだ。３年間を見通したカリキュラムマネジメントを行うことで、効率の良い指導につながっていくことと考えるので取り入れていきたい。今回の助言では、ある場面のみに有効な思考プロセスではなく、いつでも有効な思考プロセスになるような指導が大切であることが参考になった。
- 課題設定から課題解決の手立てにおいて、見通しの持たせ方がとても参考になった。証明の単元では、どうしても型にはめて書くように指導してしまいがちになっているので、見方や考え方の力が伸ばせるようにしていきたいと思った。
- 予想を立てて合同条件に合うかどうかを繰り返していく、そうすることで数学的な見方や考え方が身についていくのだと思った。答えだけを求めるのではなく、様々な問題に対応できるように、思考力を身につけさせたいと思った。思考の流れを可視化することが大事であることが分かった。
- これまでパターン化した授業が多かったが、活動と学びがつながった形だった。カリキュラムマネジメントを中学校が意識していることを理解できて大変良かった。全体を見通した授業の重要性を改めて認識できた。高校としても、いろいろ試行錯誤しながら取り組みたいと思う。

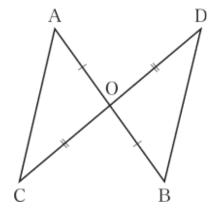
（２）ブラッシュアップ授業以降の図形の証明指導について

ブラッシュアップの授業を踏まえ、図形の証明を考える際には、以下の５点について、試行錯誤をしながら証明の方針を立てていくように指導した。

①　何を証明すればよいのか（結論）
②　そのためには何を示せばよいか（結論を裏付ける根拠は何か）
③　②を示すための根拠は何か
④　わかっていることは何か（仮定）
⑤　③と④を結びつけるために、あと何がわかればよいか（図形の性質）

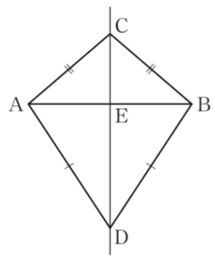
たしかめ２　（教科Ｐ１１５）

線分 ＡＢ，ＣＤがそれぞれの中点Ｏで交わるならば，∠ＯＡＣ＝∠ＯＢＤとなります。このことを証明しなさい。（改題）



問４　（教科Ｐ１２８）

右の図で，ＣＡ＝ＣＢ，ＤＡ＝ＤＢとします。∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＤであることを証明しなさい。

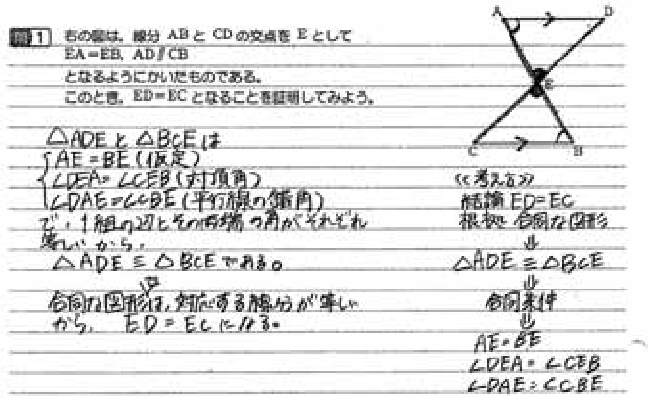


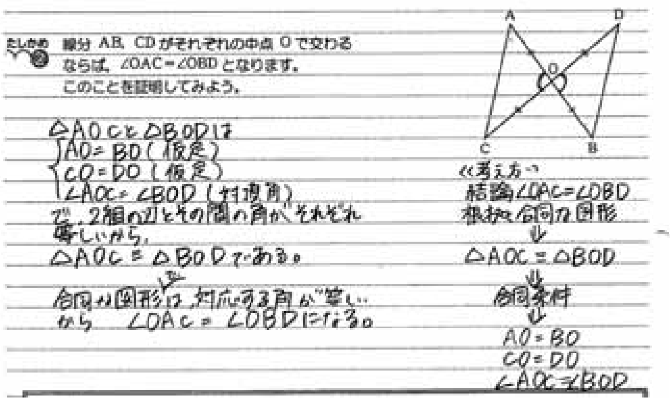
上のような問題では、はじめは結論を導き出す根拠（合同な図形では対応する辺や角は等しいなど）が見いだせず、苦戦する生徒も多かった。しかし、ブラッシュアップの授業を想起しながら、合同な三角形の組をみつけ、三角形の合同条件を考えるという思考がスムーズにできるようになってくると、方針を決定する作業が簡易にできるように変容していった。すると、その後の記述にも問題なく繋げることができたため、指導内容によっては、方針を確認して証明を省略したり、教科書の証明を読んで確認したりする進め方を成立させることができた。

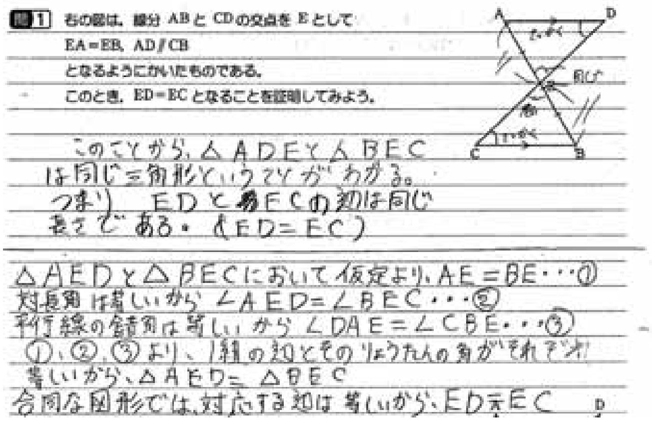
また、問題を進めていくうちに、上位層の生徒は頭の中で方針を立て証明をかけるようになってきた。また、中位、下位層の生徒についても、表現は拙くとも自分なりに方針をたて、証明を記述しようとする変化が見られた。

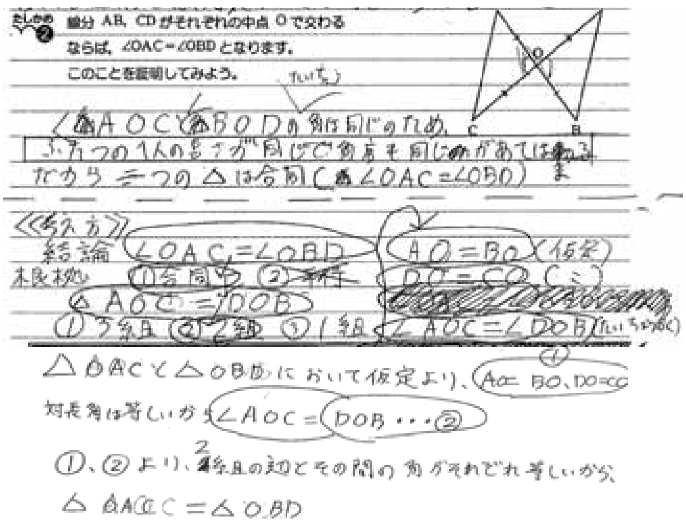
更には、ブラッシュアップの授業で、問２及びその後に扱う証明問題の図形を抽出し、１単位時間で扱ったことが、その後の時数に余裕を生むことに繋がり、余剰時間で補充問題に取り組むことができるようになるなどの好循環が得られた。

ＢＵ学習プリント　問２（４）（５）の証明の授業場面（板書と生徒の学習プリントより）

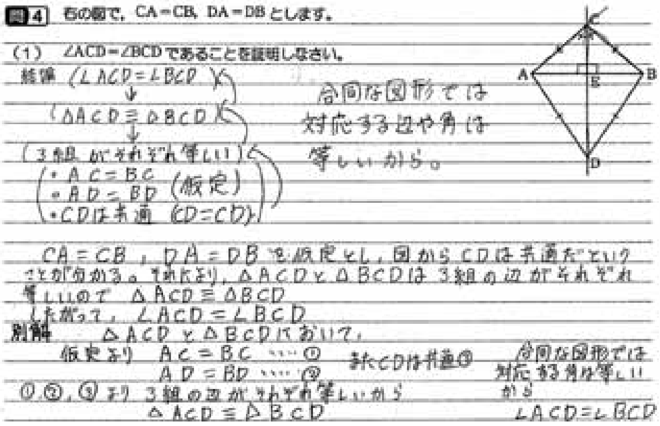


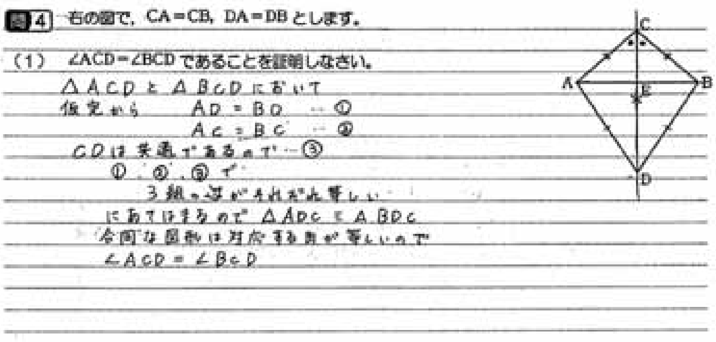






ＢＵ学習プリント　問２（１１）の証明の授業場面（生徒の学習プリントより）

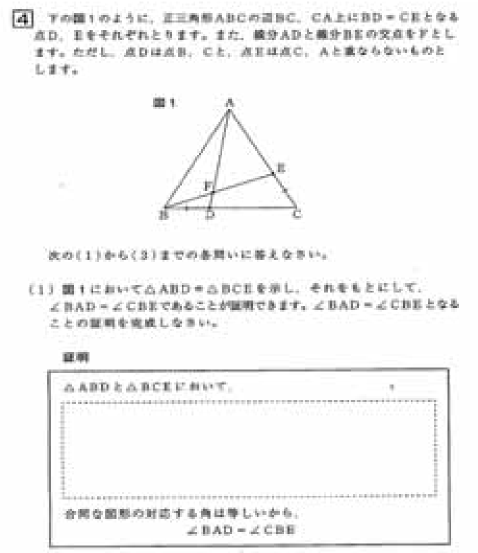




４　全国学力・学習状況調査の証明問題の実施

Ｈ２９全国学力・学習状況調査の証明問題

（Ｈ３０．１．１５実施）



4　下の図１のように，正三角形ABCの辺BC，CA上にBD＝CEとなる点D，Eをそれぞれとります。また，線分ADと線分BEの交点をFとします。ただし，点Dは点B，Cと，点Eは点C，Aと重ならないものとします。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）図１において△ABD≡△BCEを示し，それをもとにして，∠BAD＝∠CBEであることが証明できます。∠BAD＝∠CBEとなることの証明を完成しなさい。

証明

△ABDと△BCEにおいて，

合同な図形の対応する角は等しいから，
∠BAD＝∠CBE

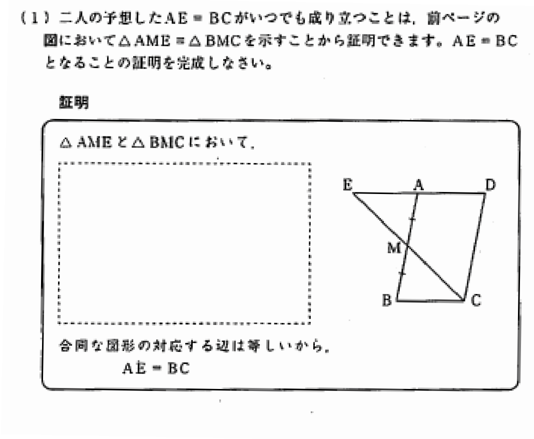
【本校の正答率と無解答率】

正答率　　４８．２％

無解答率　　６．８％

Ｈ２８全国学力・学習状況調査の証明問題

（Ｈ３０．１．１８実施）



（１）二人の予想したAE＝BCがいつでも成り立つことは，前ページの図において△AME≡△BMCを示すことから証明できます。AE＝BCとなることの証明を完成しなさい。

証明

△AMEと△BMCにおいて，

合同な図形の対応する辺は等しいから，
AE＝BC

【本校の正答率と無解答率】

正答率　５５．２％

無解答率　　３．４％

５　成果と課題

（１）成果

・　証明の方針の立て方を重点的に学習したこと、試行錯誤の方法を可視化したことで生徒が証明問題を考える際の手がかりを得ることができ、抵抗感、負担感を軽減することができた。

・　カリキュラムマネジメントを通して、先を見通した授業を計画したことが、ブラッシュアップの授業実践後の学習指導をよりスムーズに進めることに繋がった。

・　合同条件を挙げてからそれに当てはめるために相等関係を探るため、例年合同条件を導く根拠の相等関係に平行の関係を記述する生徒がいたが今回はそのような生徒がみられなかった。

・　証明を書く際に完璧な形でなくとも良いということを認めることによって、生徒の書くことに対する抵抗感を軽減することができた。定期テストや調査問題おける証明問題の記述の無解答率が減少した。

（２）課題

・　下位層から中位層の生徒も、書くことに慣れてくると、方針を立てるプロセスを次第に省略するようになってくる。しかしそれによって、「根拠がないため正しいといえない相等関係」なども記入するようになり、それが誤答につながるなど、Ｈ２９の全国学調の証明問題における無回答率は減少させることができたが、依然として正答率が高いとはいえない状況である。したがって、ブラッシュアップの授業で使用した学習プリントの継続的な活用を通して、今後の証明問題でも引き続き指導が必要であると捉えている。

・　カリキュラムマネジメントについては、単元の指導計画を作成する際に、学習内容のつながりと評価の観点や評価規準などを踏まえて、ねらいを明確にして単元をマネジメントすることが大切である。そのために身につけさせたい資質・能力をどのように捉えて授業を構想し、定期テスト等の評価問題を工夫していく必要がある。