

数学科学習指導案

日時：平成18年11月10日(金)4校時

場所：黒石野中学校会議室

学級：2年1組(男子17名、女子17名、計34名)

授業者：山本 克哉

1 単元名 第4章「平行と合同」(東京書籍 新編「新しい数学」2年、p102)

2 単元について

(1) 教材について

中学校における図形指導では、小学校での学習の基礎の上に立って既習の知識をより深化(一般化)し、さらにそこから導き出される新たな事象について学習を進めていく。第1学年では、平面図形・空間図形についての基本知識・基本用語を学習し、第2学年以降の図形学習の基礎をつくる。第2学年では平行や合同、基本的な三角形や四角形についての学習を進めながら、小学校で学んだ知識の裏付けと論証の基礎能力を養う。第3学年では相似な図形を学習することを通して論証の力をさらに高めていく。

本単元では平行線の性質や多角形の角についての性質を考察したり、三角形の合同条件を用いて簡単な図形の性質を証明することを通して、数学的な推論の方法に関わる基礎的な知識や方法を身に付けるとともに、論理的な思考力を伸ばすことがねらいである。

(2) 生徒について

普段から明るく元気であり、指示に従って活動に取り組むことができる生徒が多い。授業における発言も活発である。夏休み明けに行われた実力テストでは、多くの生徒が学年平均を上回っており、前単元の内容理解についてはおおむね良好である。しかし、数学に対する苦手意識を持っている生徒もおり、個別に支援を必要としている生徒も数名いる。よって、授業ではひとりひとりの様子にできるだけ目を配り、つまづいている生徒にはその授業のポイントを示唆するなど支援していきたい。

(3) 指導について

本単元における学習事項のほとんどは、小学校の段階ですでに扱っている内容である。そのため生徒にとっては新しい知識を学ぶという新鮮さはあまりない。また、「正しい」と学習してきた事柄について、その真偽を疑い、正しいことを論証するといった必要性は感じられないことが多い。よって、この単元では、証明することの目的を「正しいことを示す」ことではなく、「説明の根拠を求め、部分的な体系をつくる」ことに重点をおいて指導を進めたいと考える。

また、証明に関してはその形式的な記述の完成を急がず、証明の見通しを個々が持てるよう丁寧に確認しながら指導を進めていきたい。また、その際証明の根拠となることがらをしっかりと整理し、正しい言葉を用いて表現することを大切にしたいと考える。

3 単元の目標

観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質や三角形の合同条件をもとにして、それらを確認することができるようにする。

ア 平行線や角の性質にもとづいて図形の性質を調べることができるようにする。

イ 多角形の角についての性質を見だすことができるようにする。

ウ 証明の方法と意義を理解できるようにする。

エ 図形の合同の意味を理解し三角形の合同条件を見だし、それを活用することができるようにする。

4 単元の指導計画

(1) 平行線と角 7時間

- 導入・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間
- 多角形の内角と外角・・・・・・・・ 2時間
- 平行線と角・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
- 基本の問題・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

(2) 合同な図形 8時間

- 合同な図形・・・・・・・・・・・・・・ 1時間
- 三角形の合同条件・・・・・・・・・・ 3時間
- 証明のすすめ方・・・・・・・・・・・・ 3時間(本時2/3)
- 基本の問題・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

(3) 単元のまとめ 2時間

- 章の問題・・・・・・・・・・・・・・ 1時間
- 単元テスト・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

計 17時間

5 本時について

(1) 目標

証明の根拠となっていることがらを明確にしなが、仮定から結論を導く証明の手順について理解することができる。

(2) 指導の構想

証明の学習を終えた後、「記述が面倒」「どのように考えたらよいか分からない」「記述の仕方が分からない」などといった感想が聞かれるように、生徒は苦手意識を持つことが多い。本時は証明問題に取り組む第一段階として、形式的な記述の仕方にこだわるのではなく、証明の見通しを持つことができることに重点を置いて進めていきたい。そのための工夫として以下の3点に留意して授業を構想した。

① 作図をさせる。

これは題意を理解させるとともに、直観的に等しいと認められる辺や角のうち、仮定と結論を区別しやすくするために行う。また、同じ条件のもとで複数の図をかいたり見たりすることによって、「条件を満たしていればどんな図でも成り立つ」という証明の意義を感じさせたいと考えた。

② つながりを探し、「見通し」を持たせる。

仮定と結論の間をつながりを探すことを丁寧に扱いたい。この際大切にしたいのが、仮定から結論へ向けての道筋を探すだけでなく、結論から逆にたどりながらつながりを見つけるといった考え方である。双方向からの道筋が繋がったときに、「見通し」が持てると考えた。

③ 必要な条件を抽出させる。

直観的に認められる等しい辺や角を多く出させ、それが証明に使えるかどうか、必要かどうかを吟味させたい。結論を用いることができないことや、仮定以外の条件について根拠を明らかにしながら確認することが証明問題に取り組む上で大切だと考えた。

(3) 具体の評価規準

	A (十分満足できる)	B (概ね満足できる)	C (努力を要する)への支援
数学への関心・意欲・態度	証明の必要性に関心を持ち、その手順を考えようとする。	証明の仕組みに関心を持ち、調べようとする。	ED=ECの根拠がすぐにはないことを示す。
数学的な見方考え方	仮定から結論を導くために必要である合同な三角形を見つけ、証明全体の見通しを持ち、すばやく適切な条件を選ぶことができる。	問題から三角形の合同条件のどれを使って結論を導き出せるかを考え、適切な条件を選ぶことができる。	仮定や既習の性質からわかる、等しい辺や角の関係を図と照らし合わせながら個別に示す。
数量・図形などについての知識・理解	演繹的な推論による証明の意義を理解している。	仮定や結論の意味を理解している。	同じ条件をみたす複数の図を考えさせる。

(4) 本時の展開

段階	学習過程	生徒の活動	教師の指導・支援	備考
導入	1 問題提示と作図 2 課題設定	1 問題を読み、作図をする。 2 本時の課題を設定する。 等しい関係にある辺や角を見つける。 等しい関係にある辺や角の根拠を考える。	1 全員でよませる。 2 $ED = EC$ となることの根拠がすぐにはいえないことから課題を設定する。	紙板書提示 学習プリント配布
1 5	$ED = EC$ となることを根拠を示して説明(証明)しよう			
展開	3 課題追究 仮定と結論の確認 つながりを見つける。 問題整理 問題解決	3 以下の手順にそって証明の見通しをもつ。 仮定と結論を確認する。 線分が等しいことを説明するための根拠を既習事項から考え、三角形の合同を示せばよいことに気づく。 三角形の合同をいうために図から等しい辺や角を式で書き出す。 $EA=EB, AED= BEC,$ $A= B, D= C,$ 三角形の合同をいうために必要な3つの関係を選び、合同条件を用いて口頭で説明する。(聞く)	3 以下の手順にそって見通しを持たせる。 ならばがないことに留意させながら、題意から仮定と結論を考えさせる。 既習事項を想起させ、結論に導くための手順を考えさせる。 三角形の合同を導くために等しい辺や角の関係を書き出させる。 どの合同条件にあてはめればよいか考えさせ、必要な3つの関係を考えさせる。	仮定から結論を導くために三角形の合同を利用すればよいことを理解できたか。 合同条件にあてはまる辺や式の関係を見いだすことができたか。
2 5	5 課題解決	5 根拠を明らかにしながら証明の記述を行う。	5 証明の根拠になること考えさせながら証明をまとめる。	根拠になること考えさせながら適切に選ぶことができたか。
終末	6 まとめ 振り返り 意見発表 1 0 (7 定着問題) 8 次時の予告	本時の内容を振り返って分かったことや大切だと思った考え方をまとめる。 まとめを発表する。 ・線分が等しいことを証明するには、合同な三角形を見つけて証明すればいい。 ・結論から逆に考えると証明の流れが見えてくる。 7 定着問題に取り組む。 8 次時の学習を知る。	生徒の言葉でまとめるように促す。 まとめを発表させる。 7 定着問題に取り組ませる。 8 次時の内容を予告する。	時間によっては省略する。

<課題>

例2) 線分ABとCDとの交点をEとして、
 $EA = EB$ 、 $AD \parallel CB$ となるように
AとD、BとCを線分で結びます。

このとき、_____ = _____ となることを
証明しなさい。

<考え方>

<実際に作図してみよう> *はやく終わったら同じ条件でもう1パターン作図してみよう!*

--	--

例2) 線分ABとCDとの交点をEとして、
 $EA = EB$ 、 $AD \parallel CB$ となるように
 AとD、BとCを線分で結びます。

(図)

このとき、 $ED = EC$ となることを
 証明しなさい。

根拠になることがらを示して、説明してみよう！ には根拠を書き入れよう！

{ 証明 } _____ と _____ において

$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} = \text{_____} \dots\dots\dots \text{ } \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} = \text{_____} \dots\dots\dots \text{ } \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} = \text{_____} \dots\dots\dots \text{ } \end{array} \right.$

_____から

_____ = _____

_____から

_____ = _____

・あることを_____するときには、それまでに正しいと認められたことがらを_____として使えばよい。

< 今日の学習をふり返って、分かったことや大事な考え方などをまとめよう！ >

自己評価表 (を付けよう)	できた	できなかった
話をしっかりと聞くことができたか。	A B C D	
仮定から結論を導く証明のすすめ方を理解できたか。	A B C D	
証明の根拠となることがらをみつけることができたか。	A B C D	
根拠となることがらを明らかにしながら証明することができたか。	A B C D	

終わった人は、
 ワーク p64 ~ p67
 に取り組もう。

たしかめ2 右の図で、Oが線分AB、CDそれぞれの
中点ならば $AC \parallel DB$ となることを以下の
ように証明しました。

にあてはまる根拠を書きいれなさい。

{証明}

AOC と BOD において

{	$OA = OB$	<input type="text"/>
	$OC = OD$	<input type="text"/>
	$\angle AOC = \angle BOD$	<input type="text"/>

から

$$\angle AOC = \angle BOD$$

から

$$\angle OAC = \angle OBD$$

から

$$AC \parallel DB$$