

第3学年 数学科学習指導案

日 時 平成27年11月25日(水) 4校時
 学 級 一関市立東山中学校 3年B組
 男子20名 女子11名 計31名
 授業者 教諭 志 賀 誠

1. 単元名 6章 三平方の定理(2節 三平方の定理の利用)

2. 単元について

(1) 生徒観

単元の学習前に、レディネステストを行った。

問 題	正答率(%)
1 次の計算をしなさい。	
(1) 12^2	83.9
(2) $(3\sqrt{5})^2$	83.9
2 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。	
(1) $\sqrt{24}$	96.8
(2) $\sqrt{72}$	80.6
3 次の方程式を解きなさい。	
(1) $16+x^2=25$	48.4
(2) $9=x^2+3$	45.2
4 次の間に答えなさい。	
(1) 底辺6cm、高さ $\sqrt{3}$ cmの三角形の面積を求めなさい。	74.2
(2) 円錐の体積を求めなさい。(底面の円の半径3cm、高さ4cm)	38.7
5 正方形の面積と1辺の長さを求めなさい	
(1) 面積	80.6
1辺の長さ	45.2
(2) 面積	54.8
1辺の長さ	32.3

この結果から、三平方の定理を適用して立式したあとの2次方程式の処理の指導を丁寧に行いたい。また、求積問題や、平方根の考え方を具体的な場面に適用する問題の正答率が低かったので、映像や実物を準備するなど、生徒が問題をイメージしやすい工夫を行っていききたい。

(2) 教材観

学習指導要領では、三平方の定理について「観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見いだして理解し、それをういて考察することができるようにする。」と示されている。また、重点として「三平方の定理の意味を理解し、それが証明できることを知ること。」「三平方の定理を具体的な場面で活用すること。」も示されている。

三平方の定理は、直角三角形を見だし、それらの辺の長さを関係づけることによって、これまで求めることのできなかつた長さを求めることができることから、平面図形や空間図形などの多くの場面で利用することができ、利用価値の高い定理の一つである。現実の場面でも、古くから建築や測量の分野などで用いられている。「ピタゴラスの定理」という名称でも呼ばれるが、数学史からもいろいろなエピソードがあり、生徒の興味や関心を喚起させることができる単元である。

(3) 指導観

導入では、タイル張りの模様などの具体的な場面から、直角二等辺三角形の辺の長さに関係性があることに気づかせ、一般的な直角三角形で辺の長さを調べ、三平方の定理の証明へとつなげていきたい。三平方の定理を使うことで既知の2辺から残りの1辺を求める練習や、三平方の定理の逆により、直角三角形の判断を行う練習は、基礎基本の定着として十分に行いたい。三平方の定理の利用では、具体的な場面で、ただ答えを求めさせるのではなく、「どのように直角三角形を見いだしたのか」「どのように三平方の定理を利用したのか」といったことを生徒に意識させ、振り返らせたい。また、この単元では多項式の計算や平方根、2次方程式などの既習事項を多用するので、復習や確認などを丁寧に行っていききたい。

3. 単元の見方

(1) 数学への関心・意欲・態度

三平方の定理に関心を持ち、直角三角形の性質を調べようとしたり、具体的な問題で定理を活用したりしようとする。

(2) 数学的な見方や考え方

図形の計量のために、図形の中に直角三角形を見だし、三平方の定理を利用することができる。

(3) 数学的な技能

三平方の定理とその逆を利用して、具体的な場面で平面図形や空間図形の線分の長さを求めることができる。

(4) 数量や図形についての知識・理解

三平方の定理とその逆の定理を理解することができる。

4. 単元の指導計画と評価規準

節	項	時	目標	関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
1 節	正方形の面積を調べよう	1	○三平方の定理を見だし、三平方の定理が証明できることを知る。 ○三平方の定理とその証明を理解する。	○直角三角形の3辺の長さに関心を持ち、それらの中に成り立つ関係を見いだそうとしている。	○直角三角形の3辺の長さの間に成り立つ関係に着目し、三平方の定理を見いだすことができる。		
	①三平方の定理	2	○三平方の定理を利用して、直角三角形の辺の長さを求めることができる。		○三平方の定理の証明を読み、どのような図形の性質や面積の関係が用いられているのかを考えることができる。	○三平方の定理を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。	○三平方の定理が証明できることを理解している。
		3				○三平方の定理を用いて、直角三角形の辺の長さを求めることができる。	○三平方の定理の意味を理解している。
	②三平方の定理の逆	4	○三平方の定理の逆を理解し、それを利用して、三角形が直角三角形であるかどうかを判断することができる。			○三平方の定理の逆を用いて、ある三角形が直角三角形であるかどうかを見分けることができる。	○三平方の定理の逆の意味を理解している。
		基本の問題	5				
2 節	①三平方の定理の利用	6	○平面図形や空間図形において、三平方の定理を利用して、いろいろな線分の長さを求めることができる。 ○具体的な問題を、三平方の定理を利用して解決することができる。	○平面図形や空間図形などにおいて、直角三角形を見だし、三平方の定理を活用しようとしている。	○正方形や正三角形の中に直角三角形を見だし、正方形の対角線や正三角形の高さを求める方法を説明することができる。	○三平方の定理を利用して、正方形の対角線の長さや、正三角形の高さを求めることができる。	○特別な直角三角形の3辺の比を理解している。
		7			○座標軸上に直角三角形を見だし、座標軸上にある2点間の距離を求める方法を説明することができる。	○三平方の定理を利用して、座標軸上にある2点間の距離を求めることができる。	
		8			○平面図形や空間図形に直角三角形を見だし、円の弦の長さや、球の切り口の半径を求める方法を説明することができる。	○三平方の定理を利用して、円の弦の長さや、球の切り口の半径を求めることができる。	
	②いろいろな問題(本時)	9	○三平方の定理を具体的な場面で利用することができる。		○空間図形における最短距離を求める問題などで、どのように直角三角形を見だし、利用したのかを説明することができる。	○三平方の定理を利用して、空間図形における最短距離を求める問題を解くことができる。	
		基本の問題	10				
章の問題 A	11						

5. 本時について

(1) 本時の目標

(ア) 空間図形における最短距離を求める問題などで、どのように直角三角形を見だし、利用したのかを説明することができる。
(数学的な見方・考え方)

(イ) 三平方の定理を利用して、空間図形における最短距離を求める問題などを解くことができる。
(数学的な技能)

評価規準

	おおむね満足(B)	努力を要する生徒への支援
【数学的な見方・考え方】 空間図形における最短距離を求める問題などで、どのように直角三角形を見だし、利用したのかを説明することができる。	空間図形における最短距離を求める問題などでは、展開図を描いて直角三角形を見だし、三平方の定理を利用すれば求められることを説明することができる。	直方体の展開図の書き方を指導したり、展開図の実物を見せたりするなど、直角三角形が見いだせるように支援する。

<p>【数学的な技能】 三平方の定理を利用して、空間図形における最短距離を求める問題などを解くことができる。</p>	<p>見いだした直角三角形の2辺の長さから、三平方の定理を用いて最短距離を求めることができる。</p>	<p>直角三角形だけをノートに抜き出して描かせ、三平方の定理を用いて立式できるように支援する。</p>
--	---	---

(2) 本時の指導構想

本時の問題として「直方体の対角線の両端にある2つの頂点について、表面を通るときにはどのルートを通ったときに最短になるか。」を取り上げる。

導入では、「直方体の辺を通る場合」と「直方体の内部を通る場合」についての最短距離を考えさせ、与えられた条件によって最短距離の求め方も変わってくることを確認する。

展開では、「直方体の表面を通る場合」という条件で、最短距離の求め方を考察する。解決の手立てとして、展開図を用いることを確認し、課題解決を個人からグループ、全体へと広げていく。

終末では、「直方体(または立体)」「展開図」「直角三角形」「三平方の定理」をキーワードとして、生徒のことばを拾い上げながら教師主導で「まとめ」を行う。そして、本時の目標である数学的な見方や考え方の定着を見取るために、記述による説明の評価問題に取組ませる。終わりには自分のことばで「振り返る」時間を設け、本時の数学的価値を生徒自身に考えさせたい。

(3) 研究に係わって

本研究では、研究テーマを「効果的な振り返りとグループ活動を取り入れた授業のあり方」と設定した。岩手県教育委員会から示された『『わかる授業』づくりのためのリーフレット』では、「わかる授業」をめざした具体的取組の1つとして、『『本時の学習を振り返る場面』を設定することができたか』という項目がある。授業内容の定着や新たな気づきや発見が期待できることから、本時の学習を振り返る機会を持つことはとても重要である。しかし実際の授業の中では、「振り返り」がはっきり位置づけられていなかったり、「本時の基礎基本として押さえておきたいことからのまとめ」と「本時の学習で新たに身につけた見方や考え方、他の問題への適用などを自分のことばでまとめること」が混同されたりしてしまうこともある。そこで、この授業の終末では、教師の振り返りとしての「まとめ」と生徒自身の「振り返り」を明確に分けて展開していきたい。生徒自身の振り返りに関しては次のように類型化し、学習の内容に応じて使い分けていきたい。

ア 評価問題による「表面」の振り返り

- ①たしかめ問題や適用問題を活用する。
- ②全国学調、県学調の問題を活用する。

イ 記述、ことばによる「内面」の振り返り

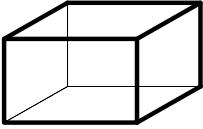
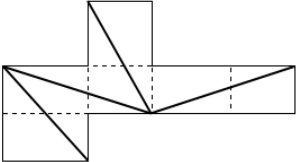
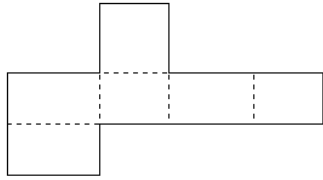
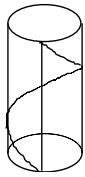
- ①本時の学習で身につけた数学的な知識や技能、見方や考え方を自分のことばでまとめさせる。
- ②学習課題について、黒板を使って授業を振り返らせる。
- ③学習課題に対して、今日の授業で身についたこと、できるようになったことを具体的にまとめる。
- ④課題解決に向けた学習方法(学び方)についてまとめる。

なお、本時は「振り返りカード」を準備し、「まとめ」と「振り返り」の区別を明確にしていく。

本時はグループ学習を取り入れた授業を行いたい。その際、明確な指示や発問(「方法を問う」「理由を問う」「一般性を問う」「発展性を問う」「比較)を心がけ、目的を持った活動とすることに留意したい。「能動的」「協働的」にグループで学習し、その結果を発表という形で「外化」させ、生徒一人ひとりにとって自らの理解を確実なものさせたい。

また、グループ活動にあたっては、「個→グループ→全体→個」というサイクルを意識して授業を展開することによって、個の考えを整理・対比・発展させて課題解決に向かう姿勢を身につけさせたい。

(5) 展開

段階	学習活動	指導上の留意点(*)/評価(O)
<p>導 入 (10)</p>	<p>1. 問題把握</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>最短の道のりは何cmでしょうか。</p> <p>① 直方体が針金でできている場合</p> <p>② 直方体が土でできている場合</p> <p>③ 直方体が鉄でできている場合</p> </div> <p>2. ①の場合について、道のりを全体で確認する</p> <p>3. ②の場合について全体で解き方を確認し、解く</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>縦 4 cm 横 5 cm 高さ 3 cm</p> </div> </div> <p>* 教師主導で確認する。</p> <p>* 見通しや立式は教師主導で行う。</p> <p>* $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ は直角三角形をもとに、三平方の定理を活用していることに触れる。</p> <p>* 計算はグループによる教え合いも促す。</p>
<p>展 開 (25)</p>	<div style="border: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>直方体の2つの頂点B, Hを結ぶ最短距離を求める方法を説明しよう</p> </div> <p>4. 課題解決</p> <p>(1) ③の場合について、解決の見通しを持つ 【予想される(取り上げたい)生徒の考え】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 立体のままでは考えづらいので、<u>展開図</u>が必要だ。 ・ 最短距離は、<u>2点間を結ぶ線分の長さ</u>のことである。 ・ 展開図で線分AGの長さを求めるのには、<u>三平方の定理</u>を使う必要がある。 <p>(2) ③の場合について、課題解決をする (ア)個人追求 (イ)グループ内で説明し合う</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>(ウ)全体で発表 (エ)実際に長さを計算する ※近似値についても触れる</p>	<p>* 立体模型を示し、展開図が必要であることを導き出す。展開図のプリントを配布する。</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>* 【グループ活動の目的】 「最短距離となる線分をお互いに確認しなさい。そして、<u>求め方を説明しなさい。</u>」</p> <p>* FGを通る場合(1)、CDを通る場合(2)、DHを通る場合(3)が出されることが予想される。それらの共通点や相違点についても、討議させる。</p> <p>* FGを通る場合(1)を例に挙げ、(2)と(3)の場合について計算させる。</p> <p>* 直角三角形だけをノートに抜き出して描かせ、三平方の定理を用いて立式できるように支援する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>○三平方の定理を利用して、空間図形における最短距離を求める問題などを解くことができる。(数学的な技能)</p> </div>
<p>終 末 (15)</p>	<p>5. まとめ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>直方体の表面を通る場合、頂点AからGまでの最短距離は、<u>展開図</u>にして<u>直角三角形</u>をつくり、<u>三平方の定理</u>を使って線分AGの長さを求めればよい。</p> </div> <p>6. 評価問題</p> <p>右の図のように、円柱の側面に点Aから点Bまでひもをかけました。 このとき、ひもの長さが最短となるときの<u>長さの求め方を説明しなさい。</u></p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>7. 振り返り</p> <p>8. 振り返りの発表</p>	<p>* 生徒のことばを拾い上げながら教師主導で「まとめ」を行う。</p> <p>* まとめときにキーワードを□で囲み、それを使って評価問題を解かせたい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>○空間図形における最短距離を求める問題などで、どのように直角三角形を見だし、利用したのかを説明することができる。(数学的な見方・考え方)</p> </div> <p>* 早く終わった生徒には、数値を入れたプリントを渡して取り組ませる。</p> <p>* 「振り返りカード」への記入 【記入の視点】「空間図形の問題での三平方の定理の使い方について、学んだことを振り返りなさい」</p>

(6) 板書計画

学習課題 直方体の2つの頂点 A, G を結ぶ最短距離を求める方法を説明しよう

最短の道のりは何cmでしょうか。

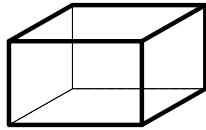
- ① 直方体が針金でできている場合
- ② 直方体が土でできている場合
- ③ 直方体が鉄でできている場合

① $3 + 4 + 5 = 12$

② $\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}$

$= \sqrt{9 + 16 + 25}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} = 7.07cm$



みんなの考え

- (1) のとき ...
- (2) のとき ...
- (3) のとき ...

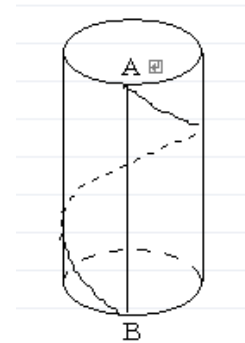
本時のまとめ

直方体の表面を通る場合、頂点 A から G までの最短距離は、展開図にして直角三角形をつくり、三平方の定理を使って線分 AG の長さを求めればよい。

(7) 評価問題

3年 組 番 氏名 _____

(問) 右の図のように、円柱の側面に点 A から点 B までひもをかけました。
このとき、ひもの長さが最短となるときの長さの求め方を説明しなさい。



3年数学 6章「三平方の定理」

3年 組 番 氏名

授業日	学習課題	振り返り	理解	確認
11/9	正方形の面積を調べよう。	直角三角形の利便で1辺とする正方形の面積を調べて関係を予想することをした。	① B C D	
11/10	三平方の定理が成り立つことを証明しよう。	三平方の定理の証明は1通りではなく、式を操作して $c^2 = a^2 + b^2$ を証明することができた。	① B C D	
11/11	三平方の定理を使って直角三角形の辺の長さを求めることができる。	とが必ずして斜辺にくるとは限らない。因数分解など、前に学んだことを活用して、計算を簡単にすることができた。	① B C D	
11/8	1辺の長さをもとにして直角三角形がどうか判断する方法を考えよう。	辺の長さだけで角度をはからなくても直角三角形であるか、を判断することができる。三平方の定理の逆	① B C D	
11/16	図形の中は直角三角形をつくり、三平方の定理を利用して、3・3な長さを	二等辺三角形の性質などを使い、直角三角形を見つけ、三平方の定理を利用して高さなどが求められる。	① B C D	
11/17	三平方の定理を使って、1・3・3な長さを求める。	特別な直角三角形の3辺の比を使い、1辺を簡単に求めることができる。比の式の順番がまちがいがあっても、3辺の	① B C D	
11/17	三平方の定理を利用して座標軸上の2点の距離を求める	もとめた距離を斜辺とする直角三角形をつくり、三平方の定理を使うことで2点の距離は求められる。	A ① B C D	
11/19	三平方の定理を使って平面図形や空間図形のいろいろな長さを求める	三平方の定理を使って、弦の長さや半径、中心までの距離などを求めることができた。図を書くときわりがきく??	① B C D	
11/20	三平方の定理を使って直方体の対角線の長さを求める。	2回三平方の定理を使って求められるが、 $\sqrt{a^2 + b^2}$ の a を代入して求められる。 直方体の立方体の対角線の長さ	① B C D	
11/24	頂点BからHまでの最短距離を求める方法を説明しよう!	直方体は円柱などの最短距離を求めるには、三平方の定理を使うと求められる。展開図を書くときも求められる。	A ① B C D	