

第3学年 数学科学習指導案

日 時 平成17年11月 1日 () 校 時
 場 所 基礎コース(3年4組教室) 発展コース(北3階少人数教室)
 学 級 3年4組 (男子18名 女子20名 計38名)
 指導者 教 諭 沼井 透 (基礎コース 21人)
 教 諭 菅原 朋子 (発展コース 17人)

1. 単元名 「5章 三平方の定理」

2. 単元について

(1) 教材観

学習指導要領の中で、第3学年の目標として「観察、操作や実験を通して理解し、それらを図形の性質や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し、表現する能力を伸ばす」と明記してある。三平方の定理は、図形の中に直角三角形を見いだすことで、長さを求めることができる大変有用な定理の一つである。

2学年で証明した、三角形・四角形や円の計量であったり、第1学年で扱った空間図形の高さや対角線を求めるときなど、直角三角形を見だし、着目させる点でも、多角的なものが見方が要求される。また、三平方の定理の式の形から、解決場面において、第1学年で学習した等式の性質、方程式の考え方を必要とする。さらに、平方を用いていることから、第3学年に学習した平方根、多項式(乗法公式)、2次方程式、比の内容も利用し、解決を図る。そういった意味でも、三年間の学習を基礎・基本に用いた上に成り立つ、系統的な学習の単元であるといえる。また、高等学校において三角比、正弦定理、余弦定理へと拡張される。数と式、図形、数量関係を網羅した、数学的にも重要な単元である。

(2) 生徒の実態

学力の高い生徒が多く、授業については意欲的であり、課題を解決しよう、理解しようとする生徒たちである。基礎コースでは、積極的に支援したい生徒が4名ほどいる。また、納得し理解させることを目標に授業を行っている。発展コースでは、理解し、解決を図り、解いたものを説明できることを目標にしている。しかし、どちらのコースにも、既習の内容が定着していない生徒もいるので、その都度、声をかけを確認させていきたい。また、本単元のレディネステストの結果は以下の通りである。

	問 題	正答率	誤 答 例
1	12^2	82.3%	24 (2倍してしまった)
	$(25)^2$	76.4%	410 (2倍してしまった) 9 (2乗した4と5をたしてしまった)
2	48	79.2%	36 (a,bの位置が逆) 212 (bの場所が最小でない)
	72	73.5%	38 (bの場所が最小でない) 52 (aの位置にきた2と3をかけてしまった)
3	$x^2 - 7 = 0$	76.4%	7 (x2の指数を見逃した) 7 (平方根に±あることを忘れた)
	$16 + x^2 = 25$	70.5%	±9 (符号は注意したが平方根にするのを忘れた) 3 (平方根に±あることを忘れた)
4	底辺が9cm、高さが7cmの三角形の面積	91.1%	54 cm ² (1/2するのを忘れた)
	半径3cm、高さ7cmの円錐の体積	41.1%	63 cm ² (1/3するのを忘れた) 21 cm ² (を忘れた) 42 cm ² (底面積を6で考えた)
	タイル状の正方形の面積	52.9%	4 cm ² (平方根を整数で表そうとした)
	1辺の長さ	23.5%	2 cm (面積を4cm ² で考えた) 2.5 cm (5の平方根ではなく、1/2を考えた)

2乗と2倍、の変形、平方根を利用した2次方程式、円錐の体積の求め方、1辺が無理数になる正方形の面積などすべて、確実に定着させておきたい。

(3) 指導観

三平方の定理は、あまりにも有名な定理である。実際に2000年も前から用いられていること、さらに、さまざまな国で、さまざまな方法で三平方の定理が証明されていることに気づかせたい。そのことで、数学に対する興味・関心を持たせ、昔の数学の問題を乗法公式などを用いて、既習事項で解くことができること、今の自分と同じように昔の人も定理を発見したことを追体験させ、成就感を味わわせたい。

また、江戸時代には、数学の問題を書いた算額という絵馬を奉納しており、三平方の定理を用いた内容が多いことも紹介し、今も昔も問題を解いたときの達成感と同じであることも伝えたい。

基礎コースでは、ピタゴラスの発見時の様子から直角三角形とその周囲の3つの正方形の関係を考えることにより関心を持たせ、一般化によって理解を深めさせていきたい。

発展コースでは5つパターンの証明方法を提示し、さまざまな方法に取り組みせたい。どのように考え証明したのか、自分の考えを発表したり、友達の考えを聞くことで、学び合い、理解を深めさせたい。

3. 単元の目標及び単元の評価計画（2枚目）

本単元目標：直角三角形の3辺の長さの間に、三平方の定理を見いだすことができる。また三平方の定理が証明できることを知り、それらの意味を理解する。
 三平方の定理を平面図形や空間図形の計量に利用して、問題を解決する。

時間	学習内容	観点	評価場面(評価方法)	評価規準				
				十分満足(A)	おおむね満足(B)	努力を要する(C)		
1 1-1	三平方の定理の導入	関心・意欲・態度 数学的な見方や見識 数学的表現・理解 数量・図形など	観察、操作や実験を通して、共通な性質を見いだす場面(発言・挙手・期間巡視)	三平方の定理の意味や証明の仕方に興味をもち、それらを調べようとする。	三平方の定理の研究の歴史に強い関心を示し、熱心に調べたり、いろいろな方法で証明しようとして取り組んでいる。	三平方の定理の研究の歴史に興味をもち、関係を調べたり、自分でも定理を証明しようとして取り組んでいる。	直角三角形の3辺の長さの関係に注目させるとともに、定理の研究の歴史を紹介し、証明に興味を持たせる。	
			三平方の定理について明らかにする場面	観察、操作や実験を通して、共通な性質を見いだし、考えることができる。	観察、操作や実験といった数学的な活動を通して、共通な性質をたぐん見いだし、積極的に考えることができる。	観察、操作や実験を通して、共通な性質を見いだし、考えることができる。	共通な性質に気づかせる。	
			三平方の定理の証明について明らかにする場面	三平方の定理の証明の仕方に興味をもち、それらを調べようとする。	三平方の定理を理解する。	三平方の定理を説明できる。	三平方の定理を理解することができる。	三平方の定理が直角三角形で使われることを理解させる。
			三平方の定理の証明の仕方を求めること	観察、操作や実験を通して、共通な性質を見いだす場面(発言・挙手・期間巡視)	直角三角形の3辺の間に成り立つ関係に着目し、観察、操作や実験を通して、共通な性質を見いだす。三平方の定理の意味や証明の仕方に興味をもち、それらを調べようとする。	直角三角形の3辺の長さの関係や三平方の定理の研究の歴史に強い関心を示し、熱心に調べたり、いろいろな方法で証明しようとして取り組んでいる。三平方の定理の意味や証明の仕方に興味をもち、それらを調べようとしている。	直角三角形の3辺の長さの関係や三平方の定理の研究の歴史に興味をもち、関係を調べたり、自分でも定理を証明しようとして取り組んでいる。三平方の定理の意味や証明の仕方に興味をもち、それらを調べようとしている。	直角三角形の3辺の長さの関係に注目させるとともに、定理の研究の歴史を紹介し、証明に興味を持たせる。三平方の定理の意味や証明により、その便利さに気づかせる。
1.5 1-2	三平方の定理の逆	関心・意欲・態度 数学的な見方や見識 数学的表現・理解 数量・図形など	三平方の定理の逆について明らかにする場面	3辺の長さがどのようなとき直角三角形になるかということに関心をもち、それを調べようとする。	3辺がどのようなときに直角三角形になるかということに興味を持ち、それを積極的に調べようとしている。	辺の長さや三角形の形状に興味をもち、それを調べようとしている。	辺の長さや三角形の形状に注目させ、直角三角形であることに気づかせる。	
			三平方の定理の逆の証明について考えることができる。	三平方の定理の逆の証明について考えることができる。	簡潔に三平方の定理の逆を証明し、わかりやすく証明することができる。	三平方の定理の逆を証明し、説明することができる。	三平方の定理の逆を証明するのに、1番長い辺に注目することができる。	
			三角形の3辺の長さがわかっているとき、直角三角形かどうかを判断することができる。	直角三角形であるかどうかを、計算によってすばやく判断することができる。	直角三角形であるかどうかを、計算によってすばやく判断することができる。	三平方の定理に代入することに気づかせる。		
			三平方の定理の逆を理解する。三平方の定理の逆を使って、直角三角形であるかどうかを判断できることを理解する。	数字を三平方の定理に当てはめ、等号が成り立つかどうかで直角三角形になるかどうか判断できることを理解する。	数字を三平方の定理に当てはめることで直角三角形かどうか、判断することができる。	1番長い辺が、斜辺になることに気づかせる。		
3 2-1	平面図形への応用 三角形の高さを求めること 特別な直角三角形の辺の長さの比 円の接線、弦の長さや2点間の距離を求めること	関心・意欲・態度 数学的な見方や見識 数学的表現・理解 数量・図形など	三平方の定理を平面図形の計量に利用して、問題を解決する場面(発言・挙手・期間巡視・自己評価)	三平方の定理を用いると、座標平面上の2点間の距離、長方形の対角線の長さなど、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、平面図形の計量に活用しようとする。	三平方の定理を用いると、座標平面上の2点間の距離、長方形の対角線の長さなど、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、平面図形の計量に活用して、次々に課題を解決しようとしている。	三平方の定理を用いると、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、平面図形の計量に活用して課題を解決しようとしている。	三平方の定理のよさに気づかせ、平面図形の計量に活用しようとする。	
			平面図形の計量を解決するために、見通しを立て、図形の中に直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて、平面図形の計量を工夫することができる。	平面図形の計量を解決するために、見通しを立て、図形の中に直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて、平面図形の計量を工夫することができる。	解決の見通しを立てて、問題の図形の中に直角三角形を見いだし、平面図形の計量を工夫することができる。	解決の見通しを立て、問題の図形の中に直角三角形を見いだせるようにする。		
			三平方の定理を用いて、長方形の対角線の長さや2点間の距離などを求めることができる。	三平方の定理を用いて、長方形の対角線の長さや2点間の距離などを、手際よく求めることができる。	三平方の定理を用いて、長方形の対角線の長さや2点間の距離などを求めることができる。	三平方の定理を用いて、長方形の対角線の長さや2点間の距離を求めることができ、直角三角形であることを気づかせる。		
			平面図形の計量を行う場面や、直角をつくり出す場面に、三平方の定理が用いられていることを確認する。平面図形の計量に、三平方の定理を用いる方法がわかる。	直角三角形をすばやく見つけ、三平方の定理を用いることを理解する。	三平方の定理を使うことのできる直角三角形を見つけることができる。	直角三角形がどこにできるか作図させる。		
3 2-2	空間図形への応用 直方体の対角線を求めること 角錐や円錐の体積を求めること 2つ以上の異なる問題への応用 三平方の定理を活用していろいろな問題を解決すること	関心・意欲・態度 数学的な見方や見識 数学的表現・理解 数量・図形など	三平方の定理を空間図形の計量に利用して、問題を解決する場面(発言・挙手・期間巡視・自己評価)	三平方の定理を用いると、円錐の高さ、直方体の対角線の長さなど、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、空間図形の計量に活用しようとする。	三平方の定理を用いると、円錐の高さ、直方体の対角線の長さなど、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、空間図形の計量に活用して、次々に課題を解決しようとしている。	三平方の定理を用いると、直接測らなくても計算で求められることのように気づき、空間図形の計量に活用して課題を解決しようとしている。	三平方の定理のよさに気づかせ、空間図形の計量に活用しようとする。	
			空間図形の計量を解決するために、見通しを立て、図形の中に直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて、空間図形の計量を工夫することができる。	空間図形の計量を解決するために、見通しを立て、図形の中に直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて、空間図形の計量を工夫することができる。	解決の見通しを立てて、問題の図形の中に直角三角形を見いだし、空間図形の計量を工夫することができる。	解決の見通しを立て、問題の図形の中に直角三角形を見いだせるようにする。		
			三平方の定理を用いて、直方体の対角線の長さや立体の体積、表面積などを求めることができる。	三平方の定理を用いて、直方体の対角線の長さや立体の体積、表面積などを、手際よく求めることができる。	三平方の定理を用いて、直方体の対角線の長さや立体の体積、表面積などを求めることができる。	具体物を用いて、直方体の対角線の長さや立体の体積、表面積などにも、直角三角形が使えることに気づかせる。		
			空間図形の計量を行う場面や、直角をつくり出す場面に、三平方の定理が用いられていることを確認する。空間図形の計量に、三平方の定理を用いる方法がわかる。	空間の中に、直角三角形をすばやく見つけ、三平方の定理を用いることを理解する。	対角線や辺に着目し、直角三角形を見つけることができる。	直角三角形がどこにできるか作図させる。		

4. 本時の指導

(1) 研究主題との関わり

ア 基礎・基本の重点

- ・前時の復習をプリントの中に位置づける。
- ・小テストで学習内容の確認(1年～3年の計算)

イ 課題解決を図るための指導過程の工夫

- ・導入 課題把握 課題解決(何が使えるか/既習事項) 練り合い 演習(定着)を繰り返し行うことで生徒にも意識させる

ウ 評価を生かした指導の工夫

- ・机間指導での声掛け、自分と同じ考え、異なる考えの尊重

エ 定着を図る工夫

- ・ヒントより図形に対しさまざまな視点を持たせ、関心を持たせる。[基礎コース]
- ・一つの問題に2人以上を関わらせる。(板書・付け<説明>)[発展コース]

(2) 展開

基礎コース

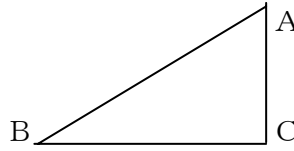
段階	学習過程	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価
導入 5分	課題把握	0. 小テスト 1. 直角三角形の確認	・1, 2, 3年の復習 ・斜辺の特徴をとらえさせる。	
ピタゴラスの見たことかを考えよう！				
展開 10分	課題解決 (自分で)	2. 数学史よりピタゴラスの発見したことを考える。	・直角三角形でできた模様を参考に考えさせる。 ・記念切手を参考に考えさせる。 ・必要に応じてグループで考えさせる。	・学習課題に対して積極的に取り組もうとしているか (関心・意欲・態度) 観察
10分	(みんなで)	3. 考えた内容を紙に書き、発表する。	・どのように考えたか、互いに話す。 ・きちんと聞かせる。	・直角三角形とその周りの正方形の面積の関係について着目できたか。 (考え方)
15分	まとめ (一般化)	5. 課題の解決(まとめ) 三平方の定理の理解 $a^2 + b^2 = c^2$	・一般化において、3つの面積の関係から、3辺の関係へと着目させる。 ・直角三角形においてのみ成立することを確認させる。	・三平方の定理が3辺の関係であることが理解できたか。(知識理解)
終末 10分		6. 自己評価 ・三平方の定理を理解することができたか。 7. 次時の予告	・三平方の定理の活用について	自己評価

発展コース

段階	学習過程	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価
導入 5分	課題把握	0. 小テスト 1. 5つの問題提示 ・和算 ・ インド・中国・アメリカ	・ 1, 2, 3年の復習 ・ どれにチャレンジするか ・ 昔の人が解いた問題であること	
		5つの問題に 共通なことは何か、考えよう！		
展開 15分	課題解決 (自分で)	2. それぞれの問題について式を作る。 (個人)	・ 自分で解けそうなものから考えさせる。 ・ 最低1つは式を作らせる。	・ 学習課題に対して積極的に取り組もうとしているか (関心・意欲・態度) <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">観察</div> ・ 和算 ・ 和算 ・ インド ・ 中国 ・ アメリカ (考え方)
15分	(みんな で)	3. 自分が解いた問題について周りの人と話し合う。 (みんなで)	・ どのように考えたか、自分の考えを持って互いに話させる。	
5分	まとめ	4. 考えた内容を紙に書き、説明する。 (発表) 5. 課題の解決(まとめ) 5つの問題に共通な式ができる。 $a^2 + b^2 = c^2$	・ 大きな声で説明させる。 ・ きちんと聞かせる。 ・ なるほどと思ったら拍手をさせる。 ・ 三平方の定理ということ。5つ全ての図形に共通な図形は何か。 直角三角形 辺の長さが a,b,c であることに気づかせる。	
終末 10分		6. 自己評価 7. 次時の予告	・ 三平方の定理を証明することができたか。 ・ 実際に三平方の定理を用いて計算してみること。 ・ 昔の人が同じように定理を発見したこと。日本でも、江戸時代に神社に奉納していたこと。この単元の最後には算額に挑戦してみる。	自己評価

確認

- 1 次の三角形は、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形である。このとき、辺ABを何というか。



課題把握

課題

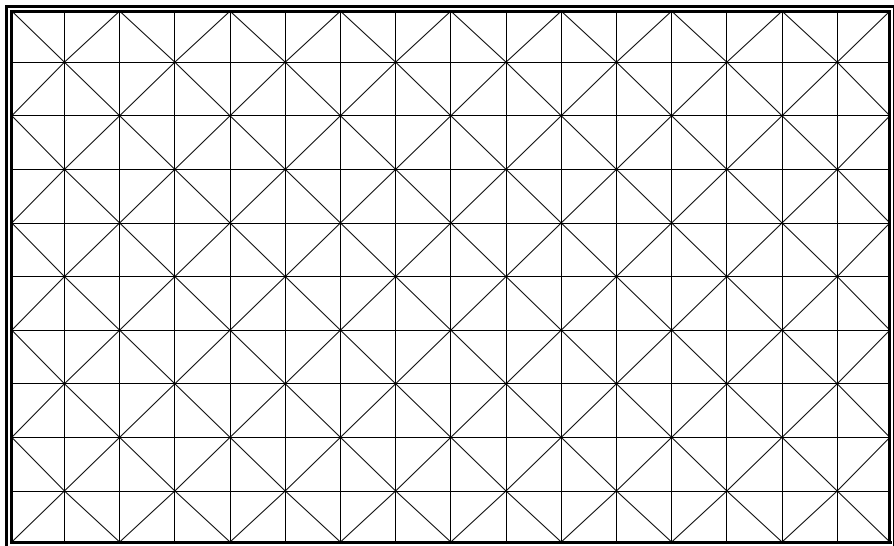
見直し

- 2 ピタゴラスは、何を発見したか？

左のピタゴラスという人は、何を発見したのでしょうか？
 ヒントは右の切手です。
 この切手は、ピタゴラスの最初の学校の創立2500年を記念して、1955年にギリシャで発行された切手です。

ピタゴラス
 (紀元前580?~500?)

数学史 ピタゴラスが発見したものは、彼が戦争に随行していった際に、パルテノン宮殿で休息していたときに、敷き詰められていた石の模様(下の図)を見て気づいたことです。
 さて、どんなことでしょうか????



ピタゴラスが発見したことは、

3 直角三角形の3辺の長さについて

右の図で、正方形BDEC, ACFG, AHIBの面積をそれぞれP、Q、Rとして、次のことを考えてみよう。

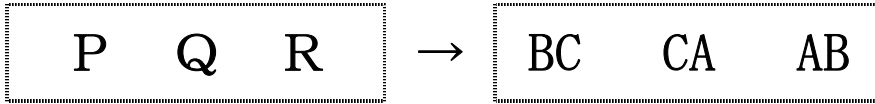
- ① P、Qの面積を求めなさい。

$$P = \quad \quad \quad Q =$$

- ② 正方形KLCJの面積から4つの直角三角形の面積をひいて、Rの面積を求めなさい。

$$R =$$

- ③ P、Q、Rの関係は? ④ 3辺AB, BC, CAの関係は



- ⑤ 以上のことをまとめてみよう。

_____の3辺の関係は
_____の長さの_____は、他の2辺の長さを_____した値の_____に等しい。

まとめ

(「_____」ともいう)

定理 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを **a**、**b**、斜辺の長さを **c** とすれば、次の関係が成り立つ。

4 三平方の定理でどんなことがわかるだろうか?

自己評価

- ・ 直角三角形の3辺には「三平方の定理」があることをわかったか。(Y. N)
- ・ 感想