

# 数学科学習指導案

日 時 平成 19 年 12 月 4 日 (火) 5 校時  
学 級 洋野町立宿戸中学校 1 年 A 組  
(男子 20 名、女子 16 名、計 36 名)  
指導者 石川 均(T1)、高谷 達人(T2)  
場 所 2 階 1 年 A 組教室

## 1 単元名 「第 4 章 比例と反比例」

### 2 単元について

#### (1) 教材観

学習指導要領では、数学の第 1 学年における「数量関係」の目標として、「具体的な事象を調べることを通して、比例、反比例の見方や考え方を深めるとともに、数量の関係を表現し考察する基礎を培う」ことをあげている。比例、反比例の学習は、実際の私たちの身の回りにおけるさまざまな数量の関係を考察する基礎となるものであり、主体的に数量関係を見いだす力を高めることは、これからの情報化社会の中でとても重要であると考えられる。

生徒は小学校で比例について表やグラフなどを用いてその特徴を調べることを学習している。ただし、数の範囲は 0 と正の数であり、負の数まで拡張して考えるのはこの単元が初めてである。また、小学校では「一方の量が 2 倍、3 倍...となると、他方の量も 2 倍、3 倍...になる」といった変化に着目した学習であったが、中学校では変数  $x$  と  $y$  の対応にも着目するとともに、その関係を文字を用いた式で表現することを身につける。

反比例については中学校で初めて学習するが、反比例についても身近な事象や場面を用いてその意味を理解し、負の数まで含めた変域において文字を用いて式で表現できるようにする。

比例や反比例の関係を表現する方法としても一つあげられるのがグラフである。グラフについては、座標の概念を身につけることにより、単なる線ではなく  $x$  と  $y$  の値の組による点の集合であるという見方を身につけ、その結果、直線であったりなめらかな曲線であったりすると見ることができるようになる。

ここで配慮しておくべき点は、表、式、グラフは別々のものとして扱うのではなく、これらの表し方を総合的に理解できるようにしなければならない。そして、二つの数量の変化や対応を調べることは、この章だけでなく、2 年生での「一次関数」や 3 年生での「関数  $y = ax^2$ 」の学習でも扱うので、比例や反比例の見方・考え方を理解するだけでなく、比例や反比例ではないがある一定の決まりにしたがって変化する事象の考察に活用できるようにすることも大切である。また、中学校で学習する最初の関数であることから、小学校での学習をふまえた丁寧な指導をする必要がある。

#### (2) 生徒観

活発な男子が多く、発表も積極的である。女子はおとなしいが、挙手して発言しようとする生徒も徐々に増えつつある。問題演習などの取り組みにおいて、お互いに教えあいながら問題を解決しようとしている。確実なものにするためにも、問題演習時に途中の計算過程や考え方をしっかりと書くことによって、論理的に順を追って考え、解答する力を高めさせたい。

「比例と反比例」は、今後の関数の学習の基礎となる内容である。小学校でも比例を学んでいるが、文字を使った式で表現することは中学校で初めて習うことになる。これまでの生徒の活動を見ると、比例の意味を「一方が 2 倍になれば、もう一方も 2 倍になる」といった変化でとらえることが中心になり、 $x$  から  $y$  への対応という見方に少なからず苦手意識を持っている生徒も見受けられる。2 章「文字と式」や 3 章「方程式」で文字を使って数量関係を表す練習をしてきているが、定着が不十分であると言える。そういった生徒に対して、いわゆる「言葉の式」を作ることを通して  $x$  と  $y$  の関係をとらえさせるなど、数量関係の立式の仕方について指導を工夫する必要がある。

3 単元の目標

(1) 数学への関心・意欲・態度

具体的な事象の中にある2つの数量の関係に関心を持ち、観察や実験、調査などを通して、比例や反比例の関係を見だし、表現するとともに、比例や反比例の関係の特徴を表、式、グラフを用いて調べようとする。

(2) 数学的な見方や考え方

具体的な事象の考察に、比例、反比例の見方や考え方を活用することができる。

(3) 数学的な表現・処理

表、式、グラフを用いて、比例、反比例を表したり、その特徴を調べたりすることができる。

(4) 数量・図形に関わる知識・理解

比例、反比例の意味を理解し、事象の中にある比例、反比例の関係を見いだすことができる。

4 指導計画(全15時間)

1節 比例(8時間)	とびら・・・・・・・・・・1
	比例する量・・・・・・・・3
	座標・・・・・・・・・・1
	比例のグラフ・・・・・・・・2
	基本の問題・・・・・・・・1
2節 反比例(4時間)	反比例する量・・・・・・・・2
	反比例のグラフ・・・・・・・・1
	基本の問題・・・・・・・・1
3節 比例と反比例の利用(2時間)	比例と反比例の利用・・・・2(本時1/2)
章の問題A(1時間)	

5 本時の目標と評価について

(1) 比例の見方や考え方を活用して能率的に調べたり、よさを考えたりすることができる。

【数学的な見方や考え方】

(2) 具体的な問題を、比例の見方や考え方でとらえて解決することができる。【数学的な表現・処理】

	十分満足できる(A)	おおむね満足できる(B)	支援を要する生徒への手だて(C)
比例の見方や考え方を活用して能率的に調べたり、よさを考えたりすることができる。 【数学的な見方や考え方】	・身の回りの事象の中にある関係について、比例の見方を活用することができ、その関係について表現したり、考察したりすることができる。	・身の回りの事象の中にある比例の関係について表現したり、考察したりすることができる。	・身の回りにある事象について、変化や対応に着目して数量関係を調べ、比例の関係に気づかせる。
具体的な問題を、比例の見方や考え方でとらえて解決することができる。 【数学的な表現処理】	・具体的な事象に関する問題を、比例の見方、考え方でとらえることができ、式化して考察することができる。	・実際に身の回りにある比例にかかわる事象について、数学的に表現し、処理することができる。	・数量の関係を把握する方法として対応表を作成し、変化と対応の関係から比例の関係を見つけ出すための補助的な発問をする。

6 本時の指導構想

本時と次時に学習する「比例と反比例の利用」は、この単元を通して具体的な場面から一般化・抽象化したものを、もう一度具体的な場面で活用しようとする場である。前時までには比例や反比例の基礎的な学習をしており、比例や反比例の関係を式やグラフに表すことを学んでいる。

本時は最初に、身のまわりにある比例の実例を考えさせるために導入として例題を同時に2つ提示する。

牛乳パック 30 枚でトイレトペーパーが 5 個できます。牛乳パック 90 枚で、トイレトペーパーは何個できますか。	一袋 180 g のくぎを買いました。くぎ 15 本の重さをはかったところ、27 g でした。この一袋あたりのくぎの本数はどのくらいあると考えられますか。
--	---

この2つの例題を比較することで、本時は比例の考えを用いて課題に取り組むことを意識付けさせる。

この例題のうち、は比例関係が容易にとらえられるので暗算で答が求められると予想される。

<p>(予想される考え その1)</p> <p>牛乳パックの枚数を比べると、30 枚を 3 倍すれば 90 枚になる。 よって、30 枚で 5 個できるから、この 5 を 3 倍して、トイレトペーパーの個数は 15 個...(答)</p>
<p>(予想される考え その2)</p> <p>30 枚で 5 個できるので、トイレトペーパーを 1 個作るためには <math>30 \div 5 = 6</math> (枚) よって、90 枚のできるトイレトペーパーは <math>90 \div 6 = 15</math> (答)15 個</p>

ただし、学習シートへの記入のときに、計算だけを記入するのではなく、それぞれの計算がどんな意味を持つのか言葉での説明を加えることも含めて、しっかりまとめさせたい。

例題と比較して、については暗算で答を求めることは難しい。最初に各自で自分の考えをシートに記入する活動を行うが、何を書けばよいか分からないといった反応も考えられる。そこで、机間指導しながら、数量関係をどのようにとらえるか、比例の見方・考え方をどのように活用するか、といった事に触れた発問をし、シートに記入させていきたい。

<p>(予想される考え その1)</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの本数(本)</td> <td style="padding: 2px;">15</td> <td style="padding: 2px;">?</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの重さ(g)</td> <td style="padding: 2px;">27</td> <td style="padding: 2px;">180</td> </tr> </table> <p>くぎの重さについて、27 から 180 へ何倍になっているかを計算すると、  <math display="block">180 \div 27 = \frac{180}{27} = \frac{20}{3}</math>         よって、くぎの本数は、<math>15 \times \frac{20}{3} = 100</math>          (答)100 本</p>	くぎの本数(本)	15	?	くぎの重さ(g)	27	180	<p>(予想される考え その2)</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの本数(本)</td> <td style="padding: 2px;">15</td> <td style="padding: 2px;">?</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの重さ(g)</td> <td style="padding: 2px;">27</td> <td style="padding: 2px;">180</td> </tr> </table> <p>くぎの重さについて、27 から 180 までいくつ増えているかを計算すると、<math>180 - 27 = 153</math>          よって、くぎの本数は、<math>15 + 153 = 168</math>          (答)168 本</p>	くぎの本数(本)	15	?	くぎの重さ(g)	27	180
くぎの本数(本)	15	?											
くぎの重さ(g)	27	180											
くぎの本数(本)	15	?											
くぎの重さ(g)	27	180											
<p>(予想される考え その3)</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの本数(本)</td> <td style="padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">15</td> <td style="padding: 2px;">?</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">くぎの重さ(g)</td> <td style="padding: 2px;">9</td> <td style="padding: 2px;">27</td> <td style="padding: 2px;">180</td> </tr> </table> <p>くぎ 15 本の重さが 27 g なので、それぞれ 3 でわると、くぎ 5 本で 9 g になる。          よって、9 g を 20 倍すれば 180 g になるから、          くぎの本数は、<math>5 \times 20 = 100</math> (答)100 本</p>	くぎの本数(本)	5	15	?	くぎの重さ(g)	9	27	180	<p>(予想される考え その4)</p> <p>くぎの本数と重さについて、比で表すと          (本数) : (重さ) = 15 : 27  <math>= 5 : 9</math>          これを使って、<math>5 : 9 = \quad : 180</math>          よって、<math>9 \times 20 = 180</math> なので、<math>5 \times 20 = 100</math>          (答)100 本</p>				
くぎの本数(本)	5	15	?										
くぎの重さ(g)	9	27	180										

(予想される考え その5)

くぎの本数と重さについて、比で表すと

$$15 : 27 = 5 : 9$$

これを使って、 $5 : 9 = 180 :$

よって、 $5 \times 36 = 180$ なので、 $9 \times 36 = 324$

(答)324本

(予想される考え その6)

くぎの本数(本)	15	?
くぎの重さ(g)	27	180

くぎの本数を  $x$  本、重さを  $y$  g とすると、比例の式  $y = ax$  に  $x = 15, y = 27$  を代入して

$$27 = a \times 15、15a = 27、a = \frac{27}{15}、a = \frac{9}{5}$$

よって、 $y = \frac{9}{5}x$  となり、この式に  $y = 180$  を代入すると、 $x = 100$  (答)100本

誤答例として考えられるのは、単位を見落として数値のみを組み合わせで計算することが挙げられる。そういった生徒に対して、異なる数量・単位を扱っていることに十分注意させたい。

生徒が各自で自分自身の考えをプリントに記入した後、全体での発表を行う。机間指導のときに方法の異なる生徒2~3人を指名し発表させる。本時は比例の見方や考え方を活用することが目標となるが、2つの量について式を作って考えることにも重点を置きたい。

その後、問題練習を行う。

ペットボトルは、リサイクルされてTシャツを作ることができます。ペットボトル17個でTシャツが4枚作れます。ペットボトル136個ではTシャツが何枚作れるでしょうか。

画びょう80個の重さをはかったら20gありました。同じ画びょうが箱に入っていて、画びょうだけの重さをはかったら45gでした。箱の中には何個の画びょうが入っていると考えられますか。

この問題を解くときにも、比例の見方や考え方を一つだけにとらわれないようににしなければならぬ。単に「一方を倍すれば、もう一方も倍になる」という考えだけでなく、対応表を作ったり、 $x$ から $y$ への対応から式を作ったりなどして比例の見方や考え方を深めさせたい。

問題練習のあと、身の回りで比例の考えを使っているものなどを挙げさせることで、比例の見方や考え方がいろいろな場で活用できることを感じさせたい。

7 展開

段階	時間(分)	学習活動	生徒の活動	評価	指導上の留意点 ( :T1、 :T2)
ウォームアップ	3	1 準備問題(比例の対応表から式化する問題)を解く。	・準備問題を解く。		準備問題に取り組み、数学の授業への構えを作る。
導入	7	2 例題提示	・例題を読む。		生徒全員に音読させ、問題の内容を把握させる。  どんな数量関係があるのかについても補足をする。  2つの例題の比較から気づいたことについての生徒の発言をまとめ、本時は比例の関係についての問題に取り組むことを告げる。
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">                     1 の牛乳パック30枚でトイレトペーパーが5個できます。牛乳パック90枚で、トイレトペーパーは何個できますか。                 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">                     一袋180gのくぎを買いました。くぎ15本の重さをはかたら27gでした。では、この一袋あたりのくぎの本数はどのくらいですか。                 </div>	・何を求める問題なのかを理解するとともに、二つの例題に共通することや、どのような方法で解くことができるか予想する ・比例の見方や考え方を活用して、具体的な問題に取り組むことを把握する		
展開	30	3 二つの例題の比較	・何を求める問題なのかを理解するとともに、二つの例題に共通することや、どのような方法で解くことができるか予想する ・比例の見方や考え方を活用して、具体的な問題に取り組むことを把握する		机間指導をする。表を活用したり比を利用したりすることが予想されるが、式で表すこともできるのだということにも触れる。 解き方が異なる生徒を2~3人程度確認し、このあとに指生徒を指名し、考え方を発表させる。 発表している生徒の考えを板書する。 机間指導をし、例題での解き方を参考にしながら解いているか観察する。  の問題が解き終わっている生徒には丸付けをする。  の解答(考え方)を説明する。 の解答については生徒を指名し、途中の考えを発表させる。 発表している生徒の途中の
		4 学習課題の設定			
		(学習内容課題)比例の関係を見つけて問題を解こう。			
		5 例題の解き方を考える。	・例題の解き方について各個人で考え、シートに自分の考えを書く。	比例や反比例の見方や考え方を活用して能率的に調べたりよさを考えたりすることができる。(観察、シート記入)	
		6 解き方の発表	・解き方の発表をする。(2,3人)		
		7 問題練習	・学習シートの問題(2問)を解く。		
		8 解答確認	・学習シートの問題の解答を確認する。	具体的な問題を比例の見方や考え方でとらえて解決することができる。(観察、シート記入)	
クールダウン	8	9 身の回りにおける「比例」を考える。	・身の回りで比例の考えを使っているものを考え、発表する。		「自動車が走っているときの、ガソリンの量と走った距離」など、身近な例を取り上げる。
終結	2	10 自己評価	・本時の内容について振り返り、次時の内容を確認する。		本時の授業を振り返っての自己評価を挙手で知らせる。

1年 4章 比例と反比例 3 比例と反比例の利用	シート番号 4 -3 -8 月 日 ( ) 校時
-----------------------------	-----------------------------

【例題】次の問題を考えましょう。

1 の牛乳パック 30 枚でトイレトペーパーが5個できます。牛乳パック 90 枚で、トイレトペーパーは何個できますか	一袋 180g のくぎを買いました。くぎ 15 本の重さをはかったところ、27g でした。では、この一袋あたりのくぎの本数はどのくらいあると考えられますか。
--	--

(二つの例題の共通点は?)

今日の課題

自分の考え	自分の考え
全体でのまとめ	全体でのまとめ

【問題】 次の問いに答えなさい。

ペットボトルは、リサイクルされてTシャツを作ることができます。ペットボトル17個でTシャツが4枚作れます。ペットボトル136個ではTシャツが何枚作れるでしょうか。

画びょう80個の重さをはかったら20gありました。同じ画びょうが箱に入っていて、画びょうだけの重さをはかったら45gでした。箱の中には何個の画びょうが入っていると考えられますか。

《身の回りで比例の考えを使っているものをあげましょう。》