

第3学年 数学科学習指導案

日 時：平成20年10月6日（月）

場 所：花巻市立石鳥谷中学校3年4組教室

学 級：3年4組（男子15人、女子18人）

指導者：教諭 小菅 大和

共同研究者：教諭 菊池 則安（花巻北中学校）

教諭 八重畑 亘（西南中学校）

- 1 単元名 4章 関数  $y = ax^2$   
1節 関数  $y = ax^2$  4.  $y = ax^2$  の利用

2 単元について

(1) 学習定着度状況調査の結果から

本単元は、学習指導要領の第3学年のC数量関係「具体的な事象の中から二つの数を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数  $y = ax^2$  について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす」に基づいている。

平成19年度の学習定着度状況調査の結果を見ると、「数量関係」を問われる問題の領域正答率は、第1学年61%（全体正答率63%）・第2学年58%（全体正答率58%）という結果であり、十分に定着されているという状況には至っていない。また、平成18年度岩手県高等学校学習定着度状況調査での領域正答率は65%（全体正答率78%）という結果であった。

高等学校進学後も数量関係の領域の学習は発展的に行われるわけであり、その基本となる中学校におけるこの領域の学習内容の定着を図ることは今後にとっても大きな影響がある。

(2) 単元全体の教材観

関数について、中学校学習指導要領には「自然現象や社会現象などの考察においては、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目して、それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である」と記されている。そこで、数学においても、いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え、数学的に考察し処理することをねらいとし、事象の中から伴って変わる2つの数量を取り出し、それらの間の変化や対応の関係に着目して考察する力が求められる。

中学校における関数指導の意義は「自然現象や社会現象を考察したり理解したりするため、関数的な見方や考え方を必要とする場面が多いこと」・「いろいろな関数についての理解及びそれらの学習を通して養われる関数的な見方や考え方は、数学のいろいろな分野のこれからの学習において重要な役割を果たす」とされている。これまでの中学校の学習の中で「比例と反比例」・「1次関数」について学んできたが、今回の「2乗に比例する関数」の学習を通し、関数関係を見だし表現し考察する能力を一層伸ばすことが大切であるとする。さらに具体的な事象への探究活動を促すとともに、関数の値の変化の割合という数学の世界における関数関係の考察をさらに進める。

(3) 生徒について

○ レディネステスト（基本スキル）の結果（担当4学級から）

<比例> 全体正答率 79.7%

① 式から表 83.6%	② 表から式 79.7%	③ グラフから式 76.6%
式からグラフ 84.4%	表からグラフ 80.5%	グラフから表 73.4%

<1次関数> 全体正答率 66.3%

① 式から表 62.9%	② 表から式 63.9%	③ グラフから式 59.8%
式からグラフ 70.1%	表からグラフ 73.2%	グラフから表 68.0%

比例の基本スキルについては正答率が79.7%であったが、1次関数の基本スキルでは正答率が66.3%まで落ち込むという結果になった。比例については、表・式・グラフ相互の関連についてある程度理解されている結果となったが、比例の発展的内容となる1次関数については、表・式・グラフそれぞれの特徴については理解しているものの、相互の関連については理解が不十分である結果となった。

## ○ 平成19年度学習定着度状況調査 校内結果

「数量関係」領域の正答率は57.5%であるが、7問中4問で県平均を下回る結果となっている。特に「具体的な事象の中から比例を判断する問題」については最も県との差が大きかった(-4.4%)。

事象の中の比例の特徴を考察するのに、表・式・グラフの基本スキルが十分に活用しきれていないという結果となった。

## ○ 学級の生徒について

3年4組の生徒は集中して授業に取り組む生徒が多いが、下位の生徒はなかなか意欲的になれず学力にも大きな差が生じている。また、指名されれば答えるものの、自分から積極的に発言をする生徒は少ないと言える。そこで、考察する機会を増やし、できる限り生徒の考えや発言をもとにして、生徒が意欲的に授業に取り組めるよう努めている。

## (4) 単元全体の指導観

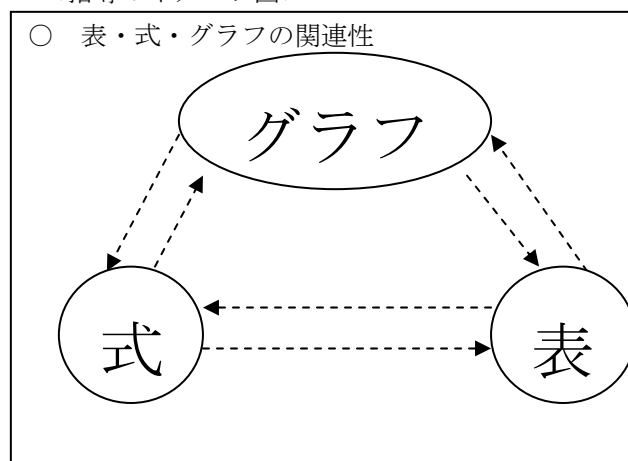
これまでの関数の学習を通し、表・式・グラフそれぞれについてはある程度理解できているものの、それらの関連性については、うまく統合がなされず難しさを感じているを生徒が多いように感じる。

そこで、今回の研究課題を「関数  $y = ax^2$  の学習において、表・式・グラフ相互の関連を大切にし、その定着を図る指導はどうあるべきか」と設定し、毎時間授業の始めに「式から表・グラフ」、「表から式・グラフ」、「グラフから式・表」を求めるレディネス問題に取り組むことで表現・処理のスキルアップを図り、理解を深めていく。

さらに、このことが具体的な事象にも活かされることでこれまで以上に関数の理解が深化すると思われるので、学習を進める上でも常に表・式・グラフの関連を大切にした授業を心がける。

また、これまでに学習した数量関係である「比例と反比例」・「1次関数」との繋がりを明確にすることでこれらの内容にも反映される部分が多くあると思うので「数量関係」領域全体の定着を図ることにも結びつくような指導の在り方を考える。

<指導のイメージ図>



## 3 単元の目標及び評価規準

### (1) 目標

- 事象の中にある2乗に比例する関数の関係を見だし、表・式・グラフの相互の関連を理解できること
- 2乗に比例する関数のグラフの特徴と関数のとる値の変化の割合について調べ理解できること
- 具体的な事象や場面を2乗に比例した関数としてとらえ、考察できること

### (2) 評価規準

#### 【関心・意欲・態度】

具体的な事象を調べることを通して、1次関数とは異なる数量の関係があることが分かり、こうした見方や考え方をもとに数学的に考察したり、意欲的に問題の解決に活用しようとする。

#### 【思考・考え方】

具体的な事象の中から関係や法則を的確にとらえ、関数のとる値の変化の割合に目を向けるなど、変化や対応についての見方や考え方を一層深め、事象を数理的にとらえ、見通しをもち論理的に考察することができる。

#### 【表現・処理】

さまざまな事象の中にある数量の関係を的確に表現したり、関数  $y = ax^2$  の関係を表・式・グラフなどによって数学的に処理したりする。

#### 【知識・理解】

関数  $y = ax^2$  の意味、変化の割合とグラフの特徴、問題解決への利用の仕方を理解している。

4 単元の指導・評価計画（12時間扱い）

時	学習内容 (指導内容)	評価規準			
		関心・意欲	思考・考え方	表現・処理	知識・理解
1	具体的な事象から2乗に比例する2つの量の関係を調べる	・具体的な事象の中にある2乗に比例する2つの量の関係に関心を持つ	・2乗に比例する関数の特徴について考えることができる		
2	具体的な事象から2乗に比例する関数を見出し、式を求める			・具体的な事象から関数の関係にある量を見だし、式に表すことができる	・関数 $y = ax^2$ の意味を理解している
3	式・表を利用して、2乗に比例する関数のグラフを書く	・2乗に比例する関数の式から表を作り、それをもとにグラフを書こうとする		・2乗に比例する関数のグラフを書くことができる	
4	2乗に比例する関数のグラフの特徴を調べる		・式・表とグラフの関係を調べ、その特徴を考察することができる		・2乗に比例する関数のグラフの特徴を理解している
5	関数 $y = ax^2$ で、 $x$ 、 $y$ の変域を求める		・2乗に比例する関数の変域の特徴について考察することができる	・2乗に比例する関数の変域を求めることができる	
6	変化の割合の求め方を理解し、求めることができる			・変化の割合を求めることができる	・変化の割合の意味を理解している
7	2乗に比例する関数を1次関数の特徴(変化の割合を含む)を比較する		・1次関数との比較を通し、それぞれの関数の特徴について考察することができる		
8	具体的な事象の問題を、2乗に比例する関数の見方や考え方を利用して解く		・2乗に比例する関数の考えを利用して考察することができる。	・2乗に比例する関数の考えを利用して、問題を解くことができる	
9	具体的な事象の問題を、2乗に比例する関数の表・式・グラフを利用して解く		・具体的な場面の問題を表・式・グラフを利用して考察することができる		
10	1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点の求め方を調べる  ＜本時＞		・1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点について、表・式・グラフを関連づけて考察できる	・連立方程式を活用して、1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点を求めることができる	
11	練習問題に取り組む				
12	まとめ問題に取り組む				

5 本時の学習 (10/12時間目)

(1) 指導の構想

本時に扱う内容は、1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点を求めるものである。2年生の1次関数において「2直線の交点の座標は2つの式を連立方程式として求めることができる」という学習を行っているが、本時ではこれまでの学習で取り組んできた「表・式・グラフ相互のスキル」をもとに、それぞれの視点から交点を求める方法を考え、関連性を深めていく。

また、教科書P96問5の問題では方眼のある図にグラフを書きこみ交点を求める問題が出題されているが、高校入試などでは方眼のない図で出題されることが多く、そのことに戸惑いを感じる生徒も少なくないと思う。そこで、本時でも問題設定においては方眼のない図で出題し、考察を通して2年生で学習した1次関数同様、2つのグラフの式を連立方程式として求めることで1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点を求めることができるよさを感じさせたいと考える。

(2) 本時のねらい

- ・ 表・式・グラフを用いて1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点を考察する。
- ・ 表・式・グラフを利用して、1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点を求めることができる。

(3) 評価規準

評価規準	具体の評価規準		努力を要する生徒への手立て(C)
	十分に満足できる(A)	おおむね満足できる(B)	
表・式・グラフを用いての交点を考察できる (見方・考え方)	表・式・グラフすべてを用いて、交点を考察することができる	表・式・グラフのいずれかを用いて、交点を考察することができる	表の作り方・グラフの書き方を確認する
表・式・グラフを利用して、グラフの交点を求めることができる (表現・処理)	表・式・グラフすべてを用いてグラフの交点を求めることができる	表・式・グラフのいずれかを利用して、交点を求めることができる。	どの方法を用いるかを確認し、見通しを持たせる

(4) 本時の展開

段階	学習内容・活動	教師の指導(○)・留意点																
導入	1 復習(レディネス問題) レディネス問題に取り組む																	
15	2 問題提示  $y = x^2$ と $y = 2x + 3$ のグラフは2点で交わる。このとき、2点の座標を求めなさい。																	
	3 問題把握 グラフの概略図を書き、何を求める問題なのかを把握する  $x$ が負の値の交点をA、正の値の交点をBとする	○ グラフの簡単な特徴を確認する ・ $y = x^2$ のグラフは上・下どちらに開くか。 ・ $y = 2x + 3$ のグラフは右上がり・右下がりどちらか、切片は正か負か ※ 身振りをいれながら確認し、板書して書かせる																
	4 課題設定  1次関数と関数 $y = ax^2$ のグラフの交点の求め方を考えよう。																	
展開	5 課題解決 まずは、表・グラフを活用しながら交点を求める ・ 表から求める $y = x^2$																	
25	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>9</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> </tr> </table>	$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$y$	9	4	1	0	1	4	9	○ グラフの交点は $x$ 、 $y$ の値が共通しているところ(共通解)であることを確認する
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3											
$y$	9	4	1	0	1	4	9											

$$y = 2x + 3$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

したがって、点A (-1, 1) 点B (3, 9)

- ・ グラフから求める  
方眼のある図で明確なグラフを書いて交点の座標を求める。

- ・ 式から求める

$$y = x^2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$y = 2x + 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

代入法を利用すると、①を②に代入して

$$x^2 = 2x + 3$$

この2次方程式を解くと  $x = -1, x = 3$

$$x = -1 \text{ のとき } \textcircled{1} \text{ に代入して } y = 1 \quad (-1, 1)$$

$$x = 3 \text{ のとき } \textcircled{1} \text{ に代入して } y = 9 \quad (3, 9)$$

したがって2つの交点の座標は

点A (-1, 1)、点B (3, 9)

#### 7 まとめ

1次関数と関数  $y = ax^2$  のグラフの交点を求めるには、連立方程式(2次方程式)を利用して求めることができる。

- ・ x、yの値でまとめた生徒には答えを座標で書くように促す

○1次関数での学習を振り返り、グラフの交点は連立方程式を利用して求められることを想起させるような発問を行う  
「式を用いて交点を求めるにはどんな方法があったか？」

○代入法を用い、2次方程式の作り方を確認していく

- ・ 2次方程式の解を求めてとまっている生徒には、求めるものが座標であることを促す

○それぞれの方法で解く良さをおさえながら、連立方程式(代入法)を用いて解けることを確認する

～表・式・グラフの良さ～

表 : 2次方程式を使わなくても解ける

グラフ : グラフが書けると一目瞭然

式 : 値が整数値でなくとも求められる

終末

#### 8 たしかめ問題

次の①・②の交点の座標を求めなさい

①  $y = x^2, y = x + 2$

②  $y = x^2, y = -2x + 8$

#### チャレンジ問題

次の①・②の交点の座標を求めなさい

①  $y = -x^2, y = 3x - 4$

②  $y = x^2, y = -4x - 4$

#### 9 次時の予告

- ・ 概略図を描き問題を把握させる

○式を利用してグラフの交点を求めることができているか確認する

- ・ 早く解き終わった人は準備したチャレンジ問題を解かせる

- ・ 次回の学習内容を予告する
- ・ 宿題の確認を行う

10