

# 数学科 学習指導案

指導者 高橋 一孝

1 日時 平成25年10月10日(木) 5校時 3C教室

2 学級 3年C組 男子17名 女子20名 計37名

3 単元名「相似な図形」 (東京書籍 新しい数学3)

## 4 単元について

### (1) 教材について

中学校の「図形」領域において、生徒は初めて論証の学習に触れることになる。第1学年において、平面図形や空間図形についての観察、操作や実験を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を培ってきている。また、第2学年において、基本的な平面図形の性質について、観察、操作を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法を理解し、推論の過程を的確に表現する能力を養ってきている。そして、第3学年においては、図形の相似や三平方の定理について、観察、操作や実験を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばすとともに実際の生活に役立つことを理解させることがねらいとなっている。

本単元「相似な図形」は、今まで学習した内容をもとに、さまざまな図形の性質について推論し、論理的に考察する能力を伸ばすために適切な題材と考える。生徒は、これまで学習した三角形の合同条件と対比させながら三角形の相似条件を学習するとともに、拡大、縮小についての学習を通して、身の回りにある相似な図形に関心を抱くことになる。また、様々な図形に対して、相似な図形や平行線と比の性質を活用しながら図形を論理的に考察することができるようになる。

### (2) 生徒について

素直で明るく、どんな課題に対してもまじめに取り組もうとする生徒が多い。今年度から予習復習をするように指導しているが、ほとんどの生徒がしっかりと取り組んで授業に臨んでいる。しかし数学に対する苦手意識を持っている生徒も少なからずおり、問題をしっかりと読み、問題から要素や関連性を的確にとらえる力は弱く、他の人の考えや意見を聞いて自分と比較しながら更に深めようという意識も弱いように感じられる。

図形の学習に関しては、角度を求めたりすることは得意であるが、「平行と合同」の証明に対しては、苦手意識を強く持っている生徒も少なくない。本単元「相似な図形」においては、合同の証明に関する内容についても振り返り確認していき、できるだけ抵抗感が少なく学習できるように進めていきたい。

準備テストの結果をみると、比の計算については整数の簡単なものはできるが、小数や分数になると無答が多くなってしまいう傾向が見られる。拡大図や縮図における対応する辺や角については概ね理解されているものと考えられる。「三角形の合同条件」について正確に記述できる生徒は半数程度であり確実に定着しているとは言えない。「直角三角形の合同条件」や「平行四辺形になるための条件」については正確に記憶できていないので、今後の指導においても随時取り上げながら進める配慮をしていくことが必要である。

### (3) 指導について

本単元は3学年における最初の図形領域になる。証明などに対する抵抗感からか、図形の学習に不安や苦手意識を持っている生徒がいる。指導にあたっては、既習の内容をもとに関心が持てるような導入の方法を工夫し、図形領域に苦手意識を持つ生徒も意欲的に学習できる授業を心がけていきたい。

本時は与えられた図から相似な図形を見つけ全体で確認し合いながら、相似な理由について確認することから進めていきたい。

論証部分を書くことに苦手意識を持っている生徒は、2つの三角形を比べ対応する辺や角の関係を正確にとらえさせることを重視する。そして、相似になる理由について確認させた上で論証を進めさせることを心がけたい。2つの三角形について理解した生徒については、3つの三角形が相似になることの理由について説明できるように促していきたい。

※準備テスト結果（東京書籍数学指導書から）

問 題			正答	備 考
1	(1)	8:20 (もっとも小さい自然数の比にする)	78%	
	(2)	2.5:3	32%	無答が多い
	(3)	$\frac{3}{5}:\frac{1}{3}$	14%	無答が多い
2	(1)	$x:12=3:4$ (比例式を解く)	73%	
	(2)	$8:6=(x-6):18$	49%	
3	合同な図形を記号≡を使って表す	$\triangle ABC \equiv \triangle RQP$	73%	対応する順で解答していない
		$\triangle DEF \equiv \triangle OMN$	76%	
		$\triangle GHI \equiv \triangle LJK$	46%	
4	(1)	辺 AB に対応する辺	95%	
		その長さ	92%	
	(2)	$\angle G$ に対応する角	92%	
		その角の大きさ	76%	角度を半分になっている

※三角形の合同条件・平行四辺形になるための条件の正答数

項 目 \ 正確に書けた数	5	4	3	2	1	0
三角形の合同条件			54%	3%	3%	40%
直角三角形の合同条件				22%	6%	72%
平行四辺形になるための条件	5%	3%	3%	3%	3%	84%

5 指導計画（計20時間）

単元の到達目標

- (1) 図形の拡大・縮小の意味や相似な図形の性質に関心をもち、積極的に図形の考察に活用しようとしている。【数学への関心・意欲・態度】
- (2) 三角形の相似条件を見出し、その三角形の相似条件を利用して、図形の性質を考察し、それを証明することができる。【数学的な見方や考え方】
- (3) 相似な図形の性質を用いて、対応する辺の長さや角の大きさ、間接的に距離や高さなどを求めることができる。【数学的な技能】
- (4) 相似な図形の意味や性質、三角形の相似条件、平行線と比の性質、中点連結定理について理解している。【数量や図形などについての知識・理解】

	学 習 活 動	時数
第一次	図形の相似の意味や三角形の相似条件を理解し、相似な図形の性質を見いだす。	8
第二次	平行線と線分の比の性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明する。	7
第三次	相似な図形の相似比と面積比及び体積比とそれらの関係について考える。	5

第一次の評価計画

〈観点〉＝〈関：数学への関心・意欲・態度 考：数学的な見方や考え方 技：数学的な技能 知：数量や図形などについての知識・理解〉

到達目標			
数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
<p>①相似な図形に関心を持ち、相似な図形の性質を考えようとしている。</p> <p>②2つの三角形が相似になるための条件について関心を持ち、それを調べようとしている。</p> <p>③相似を利用することに関心を持ち、高さや距離などを求めるときに、相似を利用しようとしている。</p>	<p>①写真から得られる情報を利用して、縮尺を求める方法を考え、それを説明することができる。</p> <p>②相似な図形の性質を見いだすことができる。</p> <p>③与えられた図形を観察して、三角形の相似条件を用いて、それを証明することができる。</p>	<p>①拡大図、縮図や相似の位置にある図形をかくことができる。</p> <p>②2つの図形の相似や対応する部分の長さや角の関係を、記号を用いて表したり、その意味をよみとったりすることができる。</p> <p>③相似な図形の相似比を求めることができる。</p> <p>④相似な図形で、対応する部分の長さや角の大きさを求めることができる。</p> <p>⑤三角形の相似条件を用いて、相似な2つの三角形を見いだすことができる。</p> <p>⑥相似を用いる簡単な証明において、辺や角の関係をよみとることができる。</p> <p>⑦縮図をかくなどして、直接求められない高さや距離などを、相似の考えを利用して求めることができる。</p>	<p>①相似の意味、相似な図形の性質を理解している。</p> <p>②相似の位置にあることの意味を理解している。</p> <p>③相似比の意味を理解している。</p> <p>④三角形の相似条件を理解している。</p>
学習内容と具体的評価規準			
学習活動と時数	B：おおむね満足できると判断される状況	A：十分満足できると判断される状況	
(1)航空写真に写っているものを手がかりに縮尺を求め、それをもとに実際の長さを求める。(1時間)	写真から得られる情報を整理利用して、知りたい長さを求める方法を考え、それを説明することができる。(考①)	縮尺や写真から得られる情報を利用して、知りたい長さを求める方法を考え、それを説明することができる。	
(2)図形の相似の意味を知り、図形の相似を、記号を使って表したり、対応する辺や角の関係を記号を用いて表す。(1時間)	相似な図形に関心を持ち、相似な図形の性質を考えようとしている。(関①)	相似な図形に共通することを考えながら相似な図形の性質を見つけ出そうとしている。	
	相似な図形の性質を見いだすことができる。(考②)	相似な図形の性質を見つけだし活用について考えることができる。	
(3)相似の中心と相似の位置の意味を知り、相似な位置にある図形をかく。(1時間)	相似の意味、相似な図形の性質を理解している。(知①)	相似の意味、相似の性質について理解し説明することができる。	
	拡大図、縮図や相似の位置にある図形をかくことができる。(技①) 2つの図形の相似や対応する部分の長さや角の関係を、記号を用いて表したり、その意味をよみとったりすることができる。(技②)	相似の位置について理解し、拡大図、縮図をかくことができる。 2つの図形の相似や対応する辺や角の関係を、記号を用いて式に表したり、その意味を説明することができる。	
	相似の位置にあることの意味を理解している。(知②)	相似の位置にあることの意味を理解し説明することができる。	

(4)相似比の意味を知り、相似な図形の相似比や、辺の長さや角の大きさを求める。  (1時間)	相似な図形の相似比を求めることができる。(技③) 相似な図形で、対応する部分の長さや角の大きさを求めることができる。(技④)	相似な図形の相似比を求めるために必要な条件を考えることができる。 相似な三角形の対応する辺の長さや角の大きさを正確かつ能率的に求めることができる。
	相似比の意味を理解している。(知③)	相似比の意味を理解し活用しようとしている。
(5)三角形の相似条件について調べ、いくつかの三角形や図の中から相似な三角形の組を選び出し、そのときに使った相似条件を説明したり、記号を使って表したりする  (1時間)	2つの三角形が相似になるための条件について関心を持ち、それを調べようとしている。(関②)	三角形の合同条件を基にして、2つの三角形が相似になるための条件を見だし、その関連性について説明することができる。
	三角形の相似条件を用いて、相似な2つの三角形を見いだすことができる。(技⑤)	相似になるための条件を、2つの三角形から見だし説明することができる。
	三角形の相似条件を理解している。(知④)	三角形の相似条件を三角形の合同条件と関連付けて理解している。
(6)与えられた図形を観察して三角形の相似条件を用いて、相似であることを確かめ証明できる。  (本時)  (1時間)	三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて図形の性質を見だし、それを証明することができる。(考③)	三角形の相似条件を用いて、2つの三角形が相似であるかどうかを既習の図形の性質などと関連付けて筋道立てて考えることができる。
	相似を用いる簡単な証明において、辺や角の関係をよみとることができる。(技⑥)	2つの三角形が相似であることや、辺や角の関係などを、言葉や式、記号などを用いて的確に表したり、その意味と図の関連付けてよみ取ったりすることができる。
(7)相似を利用して距離や高さを求める。  (1時間)	相似を利用することに関心を持ち、高さや距離などを求めるときに、相似を利用しようとしている。(関③)	証明を振り返って新たに見出した図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて証明することができる。
	縮図をかくなどして、直接求められない高さや距離などを、相似の考えを利用して求めることができる。(技⑦)	相似の考えを利用することで、直接求められない高さや距離などを求めることを理解し活用することができる。
(8)基本の問題		

## 6 本時について

### (1) 到達目標

- ・三角形の相似条件を使って、三角形の相似の証明ができる。

### (2) 評価方法

評価 観点	A=十分満足できると判断される 状況とその例	B=おおむね満足できる判断される 状況とその例	C=努力を要すると判断される状況の 生徒への指導の手だてとその例
考	三角形の相似条件を用いて、2つの三角形が相似であるかどうかを既習の図形の性質などと関連付けて筋道立てて考えることができる。	三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて対応する二組の角が等しいことを見だし、それらが相似であることを証明することができる。	相似な図形の対応する辺や角を確認させ、三角形の相似条件のどれにあてはまるのかを考えさせる。
評価手段：発表意欲。学習状況。学習シートの記述内容。			
技	2つの三角形が相似であることや、辺や角の関係をなどを、言葉や式、記号などを用いて的確に表したり、その意味と図の関連付けてよみ取ったりすることができる。	相似を用いる簡単な証明において、辺や角の関係をよみとることができる。	合同な図形の記述方法を想起しながら、相似の記号や対応する辺や角に注目させながら式で表せるようにさせる。
評価手段：発表意欲。学習状況。学習シートの記述内容。			

### (3) 授業構想（研究内容との関連）

#### ア 学習課題の設定理由

単元の到達目標「三角形の相似条件を見出し、その三角形の相似条件を利用して、図形の性質を考察し、それを証明することができる。」から、本時の到達目標を「三角形の相似条件を使って、三角形の相似の証明ができる。」とし、学習課題についても「三角形の相似条件を利用して、三角形の相似を証明しよう。」と設定した。与えられた図形を考察していく中から相似な三角形を見つけ出し、相似条件を適用していくことが容易にできるものと考えた。

#### イ 見通しのもたせ方（予想・方法選択・モデル理解等）

与えられた直角三角形を観察し、分かることを出し合いながら相似な直角三角形を見つけ出し証明につなげていきたい。3つの直角三角形が存在し相似であることは予想できると考えられるので、相似になるための条件を満たしているかどうかの判断をしていく。また証明の記述に抵抗を感じている生徒もいるので、三角形の合同の証明を振り返り、記述の仕方についても提示しながら進めていくことで課題解決につなげていきたい。

#### ウ 個々の課題追究の場面

自分で選んだ2つの三角形について対応している辺や角を的確にとらえさせ、その関係について調べ記述する時間を設定する。また証明としての形式的な表現等にとらわれず、日常言語に近い形で説明できるようにしていきたい。特に証明の記述に抵抗感を持っている生徒に対しては、相似になるために必要な条件を確認することを優先的に進めていきたい。

#### エ 能動的なかかわり合い

与えられた図形から分かることを自由に出し合う場面では気付いたことを臆することなく発表できるような雰囲気をつくり進めていきたい。また問題の中でわかっていることや、これから明らかにしなければならないことを全体で整理しながら証明につなげるようにしたい。証明を記述する際には必要に応じて近くの生徒と意見の交換する場面を設定していきたい。

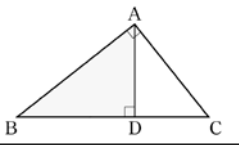
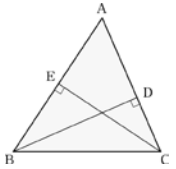
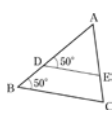
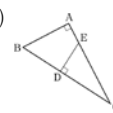
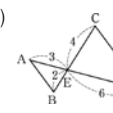
#### オ まとめの仕方

最初の図形をもとに、3つの三角形の相似について確認する。本時は「2組の角がそれぞれ等しい」のみを取り上げているが、他の2つについても同様に証明していけることを確認してまとめとする。

#### カ 自己評価の仕方

学習シートに「分かったこと」「分からなかったこと」について記入する。自分が理解したことについて文章で表現することにより本時の内容を再確認させたい。また、疑問に残っていることや分からなかったことについては、コメントの記入をするとともに、次時の学習内容にも生かしていきたい。

(4) 展開

段階	学習過程	学習活動	
	★生徒個々の能動的な意識	生徒の活動 (○主発問等 ●具体的な活動)	・指導上の留意点〔教材教具、資料等〕 ◆評価
導入 10分	1 振り返り ★前時の既習内容の確認 ★覚えたい 2 見通し確認 ★何を学ぶのか ★何を考えればよいのか	1 相似条件について確認する。 2 提示された図形からわかることを出し合う。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <math>\angle A = 90^\circ</math> である              直角三角形ABCで、              点Aから辺BCに              垂線ADをひきます。              </div> ○提示された図形からわかることを出しなさい。 ●挙手発言	・気付いた事を自由に出させながら、相似な3つの三角形に着目させる。 ・相似であることを確かめるための方法について確認し学習課題に結びつける。(必要に応じて相似条件を確認)
	3 課題把握	3 学習課題を把握する。	
<b>学習課題</b> ・三角形の相似条件を利用して、三角形の相似を証明しよう。			
展開 35分	4 モデル理解 ★どう考えればいいのか 5 個々の課題追究 ★答えを見つけない	4 図を用いて課題を把握する。 5 各自が2つの三角形を選び、自力で証明に取り組む。 ○2つの三角形を選び証明しなさい。 ●証明の記述を始める。	◆手順にそって証明をしているか。【考】 ・必要に応じて合同な図形の証明を想起させ、相似の証明の手順に結びつけさせる。
	6 能動的なかわり合い ★自分の考えを確かめたい ★他の考えを学びたい 7 課題解決 ★達成感 ★自信	6 $\triangle DBA \sim \triangle ABC$ と $\triangle DAC \sim \triangle ABC$ $\triangle DBA \sim \triangle DAC$ の3組について証明を板書させる。 ○相似であることからわかることはなんですか。 ●対応する辺の比や角が等しいことを確認する。 7 問題1・2に取り組む。	・証明を板書する。 ・それぞれの証明について説明する ・自分が取り組んでいない証明について確認する。 ・ $\triangle DBA \sim \triangle DAC$ の証明については根拠の説明がうまく理解できない場合が考えられるので納得できるように配慮したい。 ◆対応する辺や角の関係をよみとっているか。【技】
右の図の $\triangle ABC$ で、点B, Cから辺AC, ABにそれぞれ垂線BD, CEをひきます。このとき $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ となることを証明しなさい。 		・前時までに取り組んだ図形について証明する。 ・終わった生徒は発展問題に取り組む。	
下のそれぞれの図で、相似な三角形を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのことを証明しなさい。 (1)  (2)  (3) 			
終末 5分	8 まとめ	8 まとめる。	
	<b>まとめ</b> ・三角形の相似条件を利用した証明の手順を確認する。		
9 自己評価	9 学習を振り返り自己評価をする。	・学習を振り返り、わかったことを文章で記入する。	
10 次時予告	10 次時の学習内容を確認する。		