

数学科学習指導案

日 時 平成 25 年 5 月 31 日 (金) 公開授業Ⅱ
学 級 岩手大学教育学部附属中学校
1 年 D 組 39 名
会 場 1A3A 教室
授業者 佐 藤 宏 行

1 単元名 正負の数の利用「仮平均の考え方」(1章 正負の数)

2 単元について

(1) 生徒観

生徒はこれまで、本単元の学習を通じて、数を負の数にまで拡張することや、これまでの演算のシステムが正負の数の計算においても適用できることを学んできている。この単元における基本的な計算技能については概ね習熟している生徒が多い。

一般的に多くの中学生によく見られる傾向として、「正解を求められればよい」、「速くて簡単な『方法』がわかればよい」といった志向がある。そのためか、「理由はわからないけど、できる」といういびつな状態であっても、自らそれでよしとしてしまうことがある。私たちは生活の中で、例えばテレビの内部の仕組みを知らなくても、テレビを「使う」ことができる。様々な面で複雑化が進む現代社会において、「仕組みまでは気にしない」ということにある意味では慣れてしまっている。このようなことも、「わかる」ことよりも「できる」ことを重視してしまう傾向につながってしまっているのかもしれない。

例えば本単元の減法の学習では、授業の冒頭から「もうできるよ、簡単!」という声が聞かれた。「符号を変えて加えればよい」という計算方法自体は単純なものなので、予習してきた生徒にとっては「もうわかった」ということなのだろう。「じゃあなぜそうできるか理由を説明できる?」と聞くと、説明できる生徒はいなかった。「理由はわからなくても、『できる』から『簡単』と言っていいのかな?」と聞いたところ、「やっぱり理由がちゃんとわかるようになりたい」と前向きな発言があった。

そのあと教科書の「東西の移動」をもとに理由を考えたが、「わかったような気がするけど・・・」という、もやもやした感覚が残ったようだった。そこで次に、「小学校で、『引く数と引かれる数にそれぞれ同じ数を足しても、差は変わらない』という引き算の計算のきまりを学習しましたが、それを使って $(-3) - (+5) = (-3) + (-5)$ とできるわけを説明できないでしょうか?」と考えさせた。これに対してある生徒から

$$\begin{aligned} & (-3) - (+5) \\ & = \{(-3) + (-5)\} - \{(+5) + (-5)\} \\ & = (-3) + (-5) - 0 \\ & = (-3) + (-5) \end{aligned}$$

引く数の +5 を 0 にするために、引く数と引かれる数の両方に -5 をたすと、結果的に加法の式が残ります。

という説明が出され、このとき教室には「すごい!」と拍手が巻き起こった。「このように、すでに学んだことを使って、新しい問題を解決する力、これが数学を学んで育てたい『論理的思考力』という力です。」という、生徒たちは納得の表情を見せていた。授業後の感想では、「理由はよくわからなくても計算ができるから簡単だと思っていたけど、理由がちゃんとわかるということが大切だと実感しました。」といった声が多く聞かれた。図を使って考えたり、小学校での既習の計算を駆使したりして理由を説明できることに、驚きや感動、そして楽しさを味わうことができる生徒たちだと感じた。

数学の学習において、正しく答えを求めることももちろん大切であるが、形式的な手順だけの習得に終始しては、再生的な活用はできても、学んだことを発展的に活用していくような力は期待できないし、論理的な思考力の育成にもつながらない。「なぜそうなるのか」という根拠を、試行錯誤しながら数学的に追究し、自ら数学の学びを築き上げていくような豊かな思考力を育てていくことを目指していきたい。

(2) 教材観

学習指導要領では、1 学年の領域「A 数と式」の内容 (1) で、「具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し、その四則計算ができるようにするとともに、正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。」とし、その (エ) では「具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること。」を重視している。

小学校では、第 4 学年までに整数についての四則計算や、四則の性質や法則（交換、結合、分配）とその活用について学習している。さらに、第 5 学年までに小数、第 6 学年までに分数の意味と四則計算を学習し、数に対しての見方を広げてきている。

第 1 学年ではこれらの学習をうけて、数の概念を負の数にまで拡張し、負の数の必要性とよさを理解するとともに、小学校で学んだ四則計算を負の数にまで拡張することをねらいとしている。これにより、減法がいつでもできるようになることや、加法と減法を統一的に扱うことができるようになることなど、計算の自由度が飛躍的に向上する。これは日常生活の中でも関連付けられる場面が多く、生活場面での「計算」の適用範囲を広げることにもつながる。

しかしながら、本単元における生徒の学習への志向は「計算ができること」に向かいがちである。計算の意味を考えることや、既習事項をもとに拡張することのプロセスを大切にしていきたい。また、負の数を活用することで何ができるようになるのか、どんなよさがあるのかということ大切にしながら指導にあたることが重要と考える。

本時に扱う「正負の数の利用」の場面では、負の数のよさが実感できる題材として、「仮平均の考え」を取り上げる。仮平均の考え自体は、小学校 5 年生の教科書でも「算数のおはなし」という発展的な内容として紹介されている。しかし小学校では正の数しか扱わないため、基準から正の方向の違いしか表すことができなかつた。中学校で負の数を学んだことにより、基準から負の方向の違いも表すことができるため、基準の置き方の自由度が高まる。このような、負の数を学んだことのよさを生徒がしっかりと理解できるような学習の展開を工夫したい。

(3) 学びの自覚化とのかかわり

本校数学科では、教科研究主題を「自ら学びを築き、数学的に考え判断できる生徒の育成」とし、研究に取り組んでいる。「数学的に判断する力」とは、事象を数学的な根拠をもとに考察して結論を導いたり、ある結論を数学的に分析して評価したりする力ととらえている。よって数学的な判断ができるためには、式・図・表・グラフなどの数学的な表現の手法を適切に用いながら、数学的な推論を積み重ねることができるような数学的思考力を高めていくことが重要である。したがって、思考力・判断力・表現力は相互に関連し合いながらはぐくまれ、発揮される力であるととらえている。

また、「自ら学びを築く」とは、数学の学習において、①問いをもつこと、②よりよく解決すること、③解決したことを価値づけること、の 3 つが有機的に機能することで実現されるととらえている。①では、日常場面などから数学的な問題を抽出する段階で、生徒の内面的な「課題化」を促すための工夫をしていく。②では、問題解決の場面で、直観的思考と批判的思考を相補的に推し進めながら、「数学的に考える」ということを生徒が意識的に行えるよう、思考過程のメタ認知を促す手立てを工夫していく。③では、1 単位時間、あるいは単元の終末などで、「変容」や「学んだことの価値」についての振り返りを行いながら、自己評価力を高めるための工夫をしていく。

本研究が掲げる「学びの自覚化」に迫るために、数学科では以上の視点を大切にしながら指導にあたっていく。「数学的に考える」とはどういうことなのかを生徒自身が自覚できるようにすることによって、数学の「知識」が直接的に日常生活に役に立つことはなくとも、身に付けた「考える力」は有用であるという自覚を持たせることができる。そしてこのことは、生徒の学ぶ意欲の向上へとつながり、本研究が目指す「新しい社会に生きる学び」を実現させていくものと考えている。

3 単元の指導目標・評価規準

(1) 指導目標

数を負の数にまで拡張し、その四則計算ができるようにするとともに、具体的な場面で正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。

(2) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・様々な事象を正の数と負の数でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

・正の数と負の数についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。

【数学的な技能】

・正の数と負の数の四則計算をしたり、正の数と負の数で表現したり、その意味を読み取ったりするなど、技能を身につけている。

【数量や図形などについての知識・理解】

・正の数と負の数の必要性和意味及びその四則計算の意味を理解し、知識を身につけている

4 単元の指導計画・評価計画

(本時: 23 / 26 時間)

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方・考え方	技能	知識・理解
1 2	1 正負の数 ①符号の付いた数	①正の数と負の数に関心をもち、その必要性和意味を考えたり、正の数と負の数を用いて、身の回りの様々な事象を表したりしようとしている。	①最高気温の前日との差など正の数と負の数が使われている具体的な場面を見だし、正の数と負の数がどのように用いられているのかを考えることができる。	①正の数と負の数を用いて、身の回りの様々な事象を表すことができる。 ②正の数と負の数を用いて反対の方向や性質を表すことができる。	①正の数と負の数の必要性和意味を理解している。
3	②数の大小			①正の数と負の数を数直線上に表したり、大小関係を不等号を用いて表したりすることができる。	①自然数や整数、正の数と負の数の大小関係、符号、絶対値の意味を理解している。
4	基本の問題				
5 6 7	2 加法と減法 ①加法	①正負の数の加法の意味や計算の仕方を考えようとしている。	①数直線図や既習の計算を基にして、正負の数の加法の計算の仕方を見いだすことができる。	①正負の数の加法の計算ができる。 ②加法の交換法則や結合法則を利用して計算することができる。	①正負の数の加法の計算の仕方を理解している。
8 9	②減法	①正負の数の減法の意味や計算の仕方を考えようとしている。	①数直線図や既習の計算を基にして、正負の数の減法の計算の仕方を見いだすことができる。	①正負の数の減法の計算ができる	①正負の数の減法の計算の仕方を理解している。

10 11	③加法と減法の混じった計算	①正負の数の加法と減法が混じった計算の仕方を考えようとしている。	①数を正の数と負の数にまで拡張し、加法と減法を統一的にみることで、加法と減法の混じった式を正の項や負の項の和としてとらえることができる。	①正負の数の加法と減法の混じった式の計算ができる。 ②加法と減法の混じった式を、正の項や負の項の和として表すことができる。	①数を正の数と負の数にまで拡張することによって、加法と減法を統一的にみることができていることを理解している。
12	基本の問題 小単元テスト				
13 14 15 16	3 乗法と除法 ①乗法	①正負の数の乗法の意味や計算の仕方を考えようとしている。	①数直線図や既習の計算を基にして、正負の数の乗法の計算の仕方を見出すことができる。	①正負の数の乗法の計算ができる。 ②同じ数の積を累乗の指数を使って表すことができる。 ③乗法の交換法則や結合法則、分配法則を利用して計算することができる。	①正負の数の乗法の計算の仕方を理解している。
17 18 19	②除法	①正負の数の除法の意味や計算の仕方を考えようとしている。	①既習の計算を基にして、正負の数の除法の計算の仕方を見出すことができる。	①正負の数の除法の計算ができる。	①正負の数の除法の計算の仕方を理解している。
20 21	③四則の混じった計算	①正負の数の四則の計算の仕方を考え、工夫して計算しようとしている。	①四則の混じった計算を能率的に行う方法を考えることができる。	①正負の数の四則の混じった計算をすることができる。	①四則の混じった計算の計算順序について理解している。
22	④数の範囲と四則計算		①数の集合と四則計算の可能性についてとらえ直すことができる。		
23 (本時) 24	4 正負の数の利用 ①正負の数の利用	①正の数と負の数を用いることに関心をもち、様々な事象における変化や状況を表したり処理したりしようとしている。	①設定した目標値からの増減を調べ目標の達成状況を把握するなど、正の数と負の数を用いて様々な事象における変化や状況をとらえることができる。	①仮平均を定め、平均を求めるなど、正の数と負の数を用いて、身の回りの様々な事象を表したり処理したりすることができる。	①正の数と負の数を用いると、変化や状況を分かりやすく表したり、能率的に処理したりできることを理解している。
25	基本の問題 章の問題				
26	単元テスト				

5 本時について

(1) 主題 『どっちが有利?』 (仮平均の考え方)

(2) 指導目標

2つのバスケットチームの平均身長を比較するために仮平均の考えを利用することを通して、正負の数を用いて考えることよさを実感させ、これまでの学習に対する有用感を持たせる。

(3) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・仮平均の考え方で平均を求める活動を通して、正の数、負の数を用いて処理することよさを考えようとしている。

【数学的な見方や考え方】

・正負の数を利用することで、仮平均の考え方がどのように拡張されたのか考察することができる。

【数学的な技能】

・基準との違いを正負の数を用いて表し、仮平均の考え方を使得って平均値を求めることができる。

【数量や図形などについての知識・理解】

・仮平均の考えを用いた平均値の求め方を理解している。

(4) 指導の構想

本時は、正負の数の利用として、仮平均の考えを用いた平均の求め方を学習する。仮平均の考えは小学校5年生で平均を学習した際に、教科書の「算数のおはなし」という発展的な項でも紹介されており、すでに知っている生徒もいると思われる。本時は仮平均の考えを学ぶことを通して、正負の数を利用することよさを実感させることがねらいである。

授業の導入では、プロバスケットボールチームの「岩手ビッグブルズ」と「秋田ノーザンハピネッツ」の選手のプロフィールを提示し、「この2チームが対戦するとき、どちらのチームが有利そうですか?」と尋ねる。試合を左右する要素はたくさんあるから、プロフィールを見ただけでは判断できないのが当然である。しかし私たちは日頃、このようなあいまいなことがらについても、必要に応じて判断基準を設定し、それに基づいて判断をすることを行っている。本時はあくまでもここでわかっている情報だけで判断することとし、「外国人選手の数」や、「2mを超えている選手の数」など、いろいろな観点をささせながら、今回は「平均身長」で比較することを学習課題とする。

平均身長を求めることは、小学校の既習事項である。ここでは、教科書P43に同様の事例(バスケットボールチームの平均身長を求める)があることから、さくらさんの「合計を求めるのがたいへん」という意見に着目させ、「平均を工夫して求める方法」について考えていくことを確認する。

次に、教科書P44の問1、問2に個人で取り組ませる。解決した内容を小グループで確認させた後、全体で交流し、「仮平均の考え」についてまとめる。ここで小学校5年生の教科書上巻P88を提示し、小学校と中学校の基準の置き方の違いについて考えさせる。小学校では基準から正の方向しか違いを表わせなかったが、中学校では負の数を使うことで、反対方向の違いも表せるようになり、基準をより自由に決められるようになったことに気付かせたい。

終結では、岩手と秋田2つのバスケットボールチームの平均身長を、仮平均の考えを用いて求める。このとき、基準は生徒に決めさせ、計算処理はコンピューターを利用して提示する。計算を目的とするのではなく、基準を変えたときに結果にどう影響するかを観察させ、基準の決め方について議論させたい。また、基準との違いの和が持つ意味についても考えさせ、これまで学んできた正負の数の有用性について理解を深めさせたい。

(5) 本時の展開

段階	学習内容及び 学習活動	時間	■ 学びの自覚化とのかかわり
導 入	1. 問題を把握する。 bjリーグに所属する岩手ビッグブルズと秋田ノーザンハピネッツ。両チームが対戦するとき、どちらのチームが有利と言えそうですか。 2. 学習課題を設定する。 * どちらか有利かは一概には言えないが、バスケットボールは身長が高い方が有利な面があるから、身長で比べてみたらどうか。 * 両チームの選手の人数が違うから、平均で比べるのがよさそうだ。	5分	■ この事例において、何をもとにして判断できるかを明らかにする ■ あいまいな事柄でも、ある基準を設定して判断することがあることをつかむ
学習課題 身長を平均を工夫して求めよう。			
展 開	3. 見通しを持つ。 ・教科書 P43 ㉑ を見て、平均の求め方を確認する。 * $(\text{平均身長}) = (\text{身長}の\text{総和}) \div (\text{人数})$ ・教科書 P44 問1 問2 を見て、工夫して平均を求める方法について考えることを確認する。 4. 自力解決する。 ・ 問1 問2 を個人で考える。 5. 考えを交流し、共有する。 ・ しょうたさん、さくらさん、ゆうとさんの求め方を、基準の違いに着目して説明させる。 ・ 仮平均の考え方をを使うとき、基準の決め方はどのようにしたらよいのかについて話し合う。 6. 学びを振り返り、深化する。 ・ 小学校5年生の教科書下巻 P88 を提示し、中学校との基準の決め方の違いを考えさせる。 * 小学校は基準から正の方向しか違いを表わせなかったが、中学校では負の数を使うことで、反対方向の違いも表せるようになった。 * 基準の値をより自由に決められるようになった。 * P88 の問題を正負の数を使って考えるならば、基準は 55g にするとさらに計算が簡単にできそうだ。	35分	■ 情報を整理し、数学的にとらえる ■ 根拠を明らかにしながら説明する ■ 正負の数を利用することのよさをつかむ
終 結	7. 本時のまとめをする。 ・ 岩手、秋田両チームの平均身長を、仮平均の考えを使って求める様子をコンピューターで提示する。このとき、仮平均の値は生徒に考えさせるが、計算はコンピューターで処理する。 ・ きちんとした平均身長まで出さなくても、「基準との違いの和」を求めれば本時の課題の判断はできることを確認する。 8. 学習の学習を振り返る。 ・ 学んだこと、感想等を発表する。	10分	■ データの数値をもとに判断する ■ 学んだことを価値づける

資料 1 : 2つのバスケットボールチームの選手データ

(岩手ビッグブルズの HP http://www.mint.go.jp/data/pdf/nenmeibetsu_23.pdf より)

(秋田ノーザンハピネッツの HP http://www.mint.go.jp/data/pdf/nenmeibetsu_23.pdf より)