

数学科学習指導案

日 時 平成27年6月4日(木) 公開授業Ⅱ
学 級 岩手大学教育学部附属中学校
2年C組40名
会 場 2C・2D教室
授業者 佐々木 亘

1 単元名 2年 「連立方程式」

2 単元について

(1) 生徒観

昨年度から生徒たちと一貫して取り組んできたことは、「できる」ことではなく「わかってできる」ことを目標とした数学の学習である。既習事項を根拠として考えること、1つの問いに対して様々なアプローチをすることによってよりよい解決方法を見いだすこと、あるいは自分の考えをわかりやすく根拠を明確にして伝えあうことなど、数学を通して思考力・判断力・表現力といった様々な力を身につけてきた。解答に至った思考過程を述べる、資料の分析結果や作図の根拠について記述するなどのテストやレポート課題に継続的に取り組む中で、生徒たちはそれぞれの力を少しずつ高めてきている。

予習に取り組む生徒も多く、家庭学習で連立方程式に取り組んでいる生徒が半数近くいる。しかし、内容は計算処理の練習に終始しており、その必要性や数学的価値についての理解は明らかに不十分である。

正しい知識と数学的な見方や考え方を身につけさせること、既習事項とのつながりを理解しながら今後の学びの広がりを見通すことができるような力をつけさせることを目標に指導にあたりたい。

(2) 教材観

本単元について、学習指導要領では、2学年の領域「数と式」の内容(2)で、「連立2元1次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。」とし、1学年の「一元一次方程式」の内容に引き続き、具体的な問題解決場面で方程式を活用する能力を育てることをねらいとしている。また、今回の学習指導要領改訂では、第1学年において、「数量の関係や法則などを文字を用いて表現したり、式の意味を読み取ったりする能力を培うこと」第2・3学年において「文字を用いた式で数量や数量の関係をとらえ、説明ができること」「目的に応じて簡単な式を変形したり、その意味を読み取ったりする能力を養い伸ばすこと」が明示されている。言語活動の充実が重視されていることを踏まえ、表現したり読み取ったりしたことを基に、説明したり伝えあったりすることの重要性を念頭に置いた上で、単元の指導を進めていきたい。

単元の導入では、1年生で学習した1元1次方程式で「文字を使って考えることで、より数量関係を把握しやすくなる」という文字を使って考えることのよさを再確認した上で、2元1次方程式や連立方程式の意味やもつ性質について確実に理解させたい。

第1節の「連立方程式とその解き方」では連立2元1次方程式を解くための手段として「加減法」「代入法」の二通りの解き方を学習する。また、用語としては扱わないが「等値法」による解き方の問題も、一次関数のグラフの交点を求めるような場面で生かせるように丁寧に扱いたい。いずれの解き方についても、ただ解を求めるのではなく、計算過程を書くことや式を変形した際の根拠を生徒が自分の言葉で述べることを大切にしながら指導を進める必要がある。

そして、第2節の「連立方程式の利用」では①代金や料金②道のり・速さ・時間③割合のそれぞれについて具体的な場面での問題を扱う。これまでの学習を通して、方程式を用いて文章問題を解く手順として、まず第一に「求めるものを文字を使って表す」ことが普通であるという感覚を多くの生徒がもっている。生徒の経験上、方程式の解がそのまま問題の答えになる場合が多いこともあり、はじめにどの数量を文字を使って表すかについて述べることの必要性も実感できていない生徒も少なくない。しかし、何を文字を使って表すかを考えることは、問題の解決が容易になったり、その過程をわかりやすく説明することができるようになったりすることにつながる。この章の学習をきっかけに、問題解決の最初の方針決定の場面ですっきりと思考・判断することに多くのメリットがあるということを生徒たちに実感させたい。合わせて、問題解決の最終段階で、方程式の解が問題の答えとして適切であるか吟味することの大切さも理解させたい。

単元の最後には、発展的内容である3元1次方程式について取り上げる。新しい問題解決場面に直面したとき、すでに知っている方法に帰着させるという考え方ははぐくむためにも、生徒たちにじっくり考えさせたい題材である。

また、学習指導要領の数学の目標の中にある「数学のよさ」を実感させることを意識し、より「能率的に処理できること」や「簡潔かつ明瞭に表現できる」ことを基準に、本単元の学習を通して様々な解決方法を吟味しようとする姿勢も身につけさせたい。

(3) 学びの本質に迫る指導について

方程式の学習について、多元化という視点で見れば、中学校段階における1つの区切りを迎えるのが本単元である。高校数学や化学の分野では三元以上の方程式を必要とする事象が現れることになるが、いずれの場合も変数と同じ数だけ方程式(情報)が存在すれば「文字を消去する」ことで既習事項に帰着させて考えることができ、解が1つに決まるという本質は変わらない。

単元の学習全体を通して、このことを生徒にしっかりと認識させるためにも、導入では『連立2元1次方程式』について理解させることを目標とし、単元末では単元全体の学びを振り返りながら、本単元の学びが今後どのように広がるかを見通しを持たせるために、発展的内容ではあるが『連立3元1次方程式の解法』を取り上げたいと考えた。

ただし、年間105時間という授業時数が決まっている以上、内容をどこまでも膨らませることは不可能であり、取り扱う内容や指導にかかる時数については十分に吟味する必要がある。本時は単元末で発展的な内容を扱うための時間を確保するためにも、できるだけシンプルな展開で導入を行おうという考えで計画した授業である。

文字を複数用いて事象が考察できることは数学を活用できる幅が広がることであるととらえさせ、学習した数学をもとに新たな数学を生み出すという「数学の学びのサイクル」を意識した授業を、単元全体を通して展開することにより、教科研究主題にある『自ら学びを築く』生徒の育成へとつなげたい。

3 単元の指導目標及び評価規準

(1) 指導目標

- ・2元1次方程式とその解の意味を理解できるようにする。
- ・連立2元1次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解できるようにする。
- ・簡単な連立2元1次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面を活用することができるようにする。

(2) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

- ・様々な事象を連立2元1次方程式でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

- ・連立2元1次方程式についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

- ・簡単な連立2元1次方程式を解く技能を身に付けている。

【数量や図形などについての知識・理解】

- ・連立2元1次方程式の必要性と意味及びその解の意味などを理解し、知識を身に付けている。

4 単元の指導計画及び評価規準

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方・考え方	技能	知識・理解
1	連立方程式とその解 (1時間)	①2元1次方程式とその解及び連立2元1次方程式とその解に関心を持ち、その必要性と意味を考えたり、様々な数を代入したりして自分なりの方法で解を求めたりしようとしている。			①2元1次方程式とその解の意味を理解している。 ②連立2元1次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。
2 3 4 5	連立方程式の解き方 (4時間)	①加減法や代入法と、その基になっている考え方に関心を持ち、連立2元1次方程式を解こうとしている。	①加減法や代入法で連立2元1次方程式を解く過程を振り返り、その共通点や相違点について考えることができる。	①加減法や代入法を用いて、連立2元1次方程式を解くことができる。	①加減法や代入法による連立2元1次方程式の解き方を理解している。
6 7	いろいろな連立方程式 (2時間)	①かっこをふくむ連立方程式や、係数に分数や小数をふくむ連立方程式の解き方に関心を持ち、解き方を考えようとしている。 ②A=B=Cの形をした連立方程式について関心を持ち、その解き方を考えようとする。	①かっこをふくむ連立方程式や、係数に分数や小数をふくむ連立方程式の解き方について、考えることができる。 ②A=B=Cの形をした連立方程式について、その解き方を考えることができる。	①かっこをふくむ連立方程式や、係数に分数や小数をふくむ連立方程式を解くことができる。 ②A=B=Cの形をした連立方程式を解くことができる。	①かっこをふくむ連立方程式や、係数に分数や小数をふくむ連立方程式の解きかたを理解している。 ②A=B=Cの形をした連立方程式の解き方を理解している。

8	小テスト・演習	している。	きる。		
9 10 11 12	連立方程式の利用 (4時間)	①連立2元1次方程式を活用することに関心をもち、問題の解決に生かそうとしている。	①具体的な事象の中の数量関係をとらえ、連立2元1次方程式をつくることができる。 ②求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。 ③具体的問題の解決において、解決の見通しをもって何を文字を使って表すかを考えることができる。	①問題の中の数量やその関係を文字を用いた式で表し、それを基にしてつくった連立2元1次方程式を解くことができる。	①連立2元1次方程式を活用して問題を解決する手順を理解している。
13	連立3元1次方程式 (1時間)	①連立三元一次方程式の解法に興味を持ち、その解き方を考えようとしている。	①文字と方程式の数に着目し、文字を消去するという連立多元一次方程式を解くための視点を見出すことができる。		
14	単元末テスト				

5 本時について

(1) 主題

- ・文字を2つふくむ1次方程式の性質について考えよう

(2) 指導目標

- ・2元1次方程式や連立方程式およびその解について理解させる。

(3) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

- ・2元1次方程式とその解及び連立2元1次方程式とその解に関心をもち、その必要性和意味を考えたり、様々な数を代入したりして自分なりの方法で解を求めたりしようとしている。

【数量や図形などについての知識・理解】

- ・2元1次方程式とその解の意味を理解している。
- ・連立2元1次方程式の必要性和意味及びその解の意味を理解している。

(4) 本時の指導構想

教科書【東京書籍】では、バスケットボールを生徒にとってなじみのある場面として取り上げているが、具体的な場面とのかかわりは2節でも十分に確認できると判断した。これまでに学習したことがない文字を2つ含む方程式の存在を認識させることで、単元の学習の導入としては十分であるという判断で本時の展開を考えた。

導入では、簡単な問題を解きながら1年生で学習した方程式について振り返る。1元1次方程式についての知識や解の求め方など、確認したい事項は複数あるが、学びの意識づけのために『方程式のよさ』、展開のポイントにつながる『文字が1種類であること』の2点だけは確実におさえたい。その他の既習事項については、展開の中で適宜確認しながら進めていくこともできる。方程式は有用性のあるもので、その学びがこれから広がるというイメージを生徒たちがもてればよい。

展開では「文字がふえたらどうなる？」という問いから、2元1次方程式について考えていく。未知数が2つになっても「1次方程式」であることは変わらないが、「解がいくつも存在する」という点が大きな相違点であり、既習の1元1次方程式と比較させながら2元1次方程式の解の意味をしっかりと理解させたい。また、「解を1つに決めるためには？」という問いをなげかけると、もう1つの条件や式が必要であることを生徒は見いだすであろうと予想している。結果的に、複数の方程式を組み合わせることで考えることの必要性も十分に確認できると考えている。

展開後半では、前半で考えた点について教科書の記載内容を使ってまとめていく。教科書に記載されている式や内容は前半で一通り確認したものなので、生徒の発言やつぶやきをつなぎながら要点をまとめていきたい。

終末では、連立方程式の解を求める方法について探るといふ今後の学習の方向性を確認して、単位時間の学びのまとめをシートに記入させる。本時で学習した2元1次方程式や連立方程式について、既習事項と比較しながらまとめようとする生徒たちの姿を期待したい。

(5) 本時の展開

段階	学習活動及び学習内容	時間(分)	学びの本質とのかかわり
導入	<p>1. 問題解決を通して1年生の方程式を振り返る</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>① 2を足しても2をかけても答えが同じになる数は何？ ② 3を足しても3をかけても答えが同じになる数は何？</p> </div> <p>*②は方程式を使わないとわからなかった 文字を使うことによって、等しい関係を表しやすくなる *これまでの方程式は文字が1種類、解が1つの1次方程式</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>方程式の中の文字がふえたら、どうなるだろう？</p> </div>	10分	■方程式の学習内容を想起させる(不足分は展開の中で適宜振り返る)
展開	<p>2. 課題を把握し、2元1次方程式のもつ性質について考察する</p> $x + y = 10$ <p>* x (y)にあてはまる数によって、y (x)にあてはまる数が変わるから、1つに決まることはない。解がたくさんある。 * 代入する値によって成り立ったり成り立たなかったりするからこの式も方程式とってよい。 * $2x + 3y = 24$ この方程式でも同じことがいえる</p> <p>3. 解を1つに決める方法について考察する</p> <p>* 1つの文字の値がわかればいい * もう1つ式(情報)がほしい。条件が2つになると、どちらも成り立つ組み合わせは1つにしかない</p> <p>4. 教科書を使って学習過程を振り返り、2元1次方程式や連立方程式についてまとめる</p> <p>* 2元1次方程式や連立方程式の意味、解の意味をまとめる</p>	30分	<p>■既習の方程式と比較しながら、2元1次方程式のもつ性質を考える</p> <p>■新たに獲得した知識の確かな定着を図る</p>
終末	<p>5. 適用問題を解いて定着度を確認し、今後の学習の見通しをもつ</p> <p>* 連立方程式の解を求める方法について学習していこう</p> <p>6. 評価シートに本時のまとめを記入する</p>	10分	■本時のまとめをする

【板書計画】

Q1: 2をたしても2をかけても答えが同じになる数は?
Q2: 3をたしても3をかけても答えが同じになる数は?
<答え>

※ Q2は方程式で考えたほうがわかりやすい

1年生で学んだ方程式・・・
・文字が x だけ
・『1次方程式』 (1次式) = 0

方程式の中の文字がふえたらどうなるだろう？

$$x + y = 10$$

- ・解(方程式を成り立たせる値)が複数ある
- ・ x が変われば、 y が変わるから1つに決まらない
- ・(1次式) = 0 になるから「1次方程式」とは呼べそう

$$2x + 3y = 24$$

これも解がいくつもある方程式
解を1つに決めるためにはどうすれば・・・?
○式がもう1つ、情報がもう1つ ほしい

p32
バスケットボール
2点シュート x 本、3点シュート y 本とすると
「シュートを合計10本決めた」
$$x + y = 10$$

文字を2つふくむ1次方程式を
2元1次方程式という

x	0	1	2	...	6	...	9	10
y	10	9	8	...	4	...	1	0

2元1次方程式の 解 (いくつもある!)

「24点あげた」 $2x + 3y = 24$

x	12	11	...	6	...	3	2	1	0
y	0	x	...	4	...	6	x	x	8

2つの方程式に共通な x, y の値の組 $x = 6, y = 4$
2つの方程式を組み合わせると、答えが求められた!

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$
 連立方程式の 解
 連立方程式・・・2つ以上の式を組み合わせたもの
 たしかめ1: 解答

