

1 次関数の性質を調べてみよう

1 年では、比例 $y = ax$ の性質を表やグラフに表して調べました。

$\langle y = 2x \rangle$

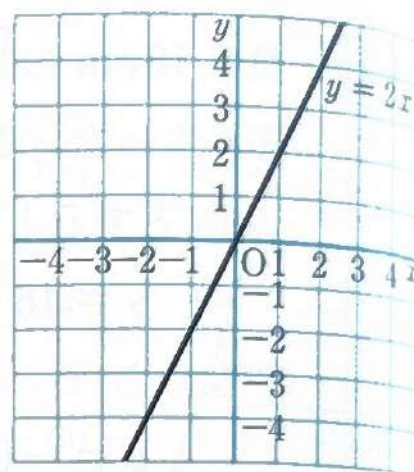
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	...



$y = 2x$ の x の値が
2 倍、3 倍、4 倍に
なると...



$y = 2x$ のグラフは...



Q 調べてみよう

1 次関数 $y = 2x + 3$ と比例 $y = 2x$ との共通点や
ちがいを調べてみましょう。

$\langle y = 2x + 3 \rangle$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...										...



比例のときと
同じように考えると

x の値が増加すると、
 y の値は...

比例のときと
同じように考えると

グラフに表すと...



?

1 次関数 $y = ax + b$ には、どのような性質が
あるでしょうか。

2 節

p.62 ~ 74



1 次関数の値の変化

1 次関数の値の変化にはどのような特徴があるか調べてみよう

Q 調べてみよう

1 次関数 $y = 2x + 3$ では、 x の値が増加するとき、それにもなって y の値はどのように変化するでしょうか。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11	...

① x の値が 1 ずつ増加すると、 y の値はどのように変化するでしょうか。

② x の値がいくつずつ増加するかを決めて、そのとき、 y の値がどのように変化するか調べてみましょう。

x をどの値から増加させようかな。



1 次関数 $y = 2x + 3$ で、たとえば、 x の値が -2 から 1 まで増加するとき

x の増加量は $1 - (-2) = 3$

y の増加量は $5 - (-1) = 6$

となり、 y の増加量は x の増加量の 2 倍になっている。

x	...	-2	...	1	...
y	...	-1	...	5	...

③ ② で調べたときの、 x の増加量と y の増加量について、 y の増加量は x の増加量の何倍になっていますか。

x の増加量 に対する y の増加量 の割合を **変化の割合** という。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$$

1 次関数 $y = 2x + 3$ の変化の割合は一定で 2 に等しい。

それなら

a の値が変わったときには...



問1

1 次関数 $y = -3x - 2$ で、 x の値が次のように増加したときの変化の割合を、それぞれ求めなさい。
 (1) 4 から 6 まで (2) -6 から -2 まで

y の増加量が負の数になることもあるよ。



これまで調べたことから、次のことがわかる。

1 次関数の変化の割合

1 次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = a$$

上の式から、次の式が成り立つ。

$$(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$$

このように、 y の増加量は x の増加量に比例する。また、この一定の値 a は、 x の値が 1 だけ増加したときの y の増加量である。



問2

次の 1 次関数の変化の割合をいいなさい。また、 x の増加量が 4 のときの y の増加量を求めなさい。

(1) $y = 3x + 5$

(2) $y = -2x - 1$

(3) $y = 2x$

→ p.221 31

$y = 2x$ は比例の式だけど...



はるきさん

問3

やかんに 20°C の水を 2L 入れて熱したとき、熱し始めてから x 分後の水の温度を $y^{\circ}\text{C}$ とすると、 $y = 5x + 20$ という関係があります。このとき、変化の割合 5 は何を意味していますか。

問4

反比例 $y = \frac{24}{x}$ で、 x の値が次のように増加したときの変化の割合を、それぞれ求めなさい。

(1) 2 から 6 まで

(2) 4 から 8 まで

y が x に反比例するとき、変化の割合は一定ではない。



2 » 1 次関数のグラフ

 1 次関数のグラフにはどのような特徴があるか調べてみよう

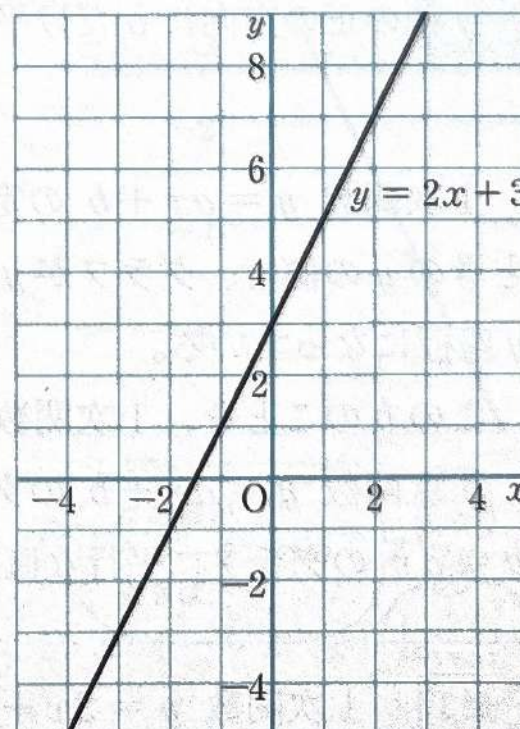
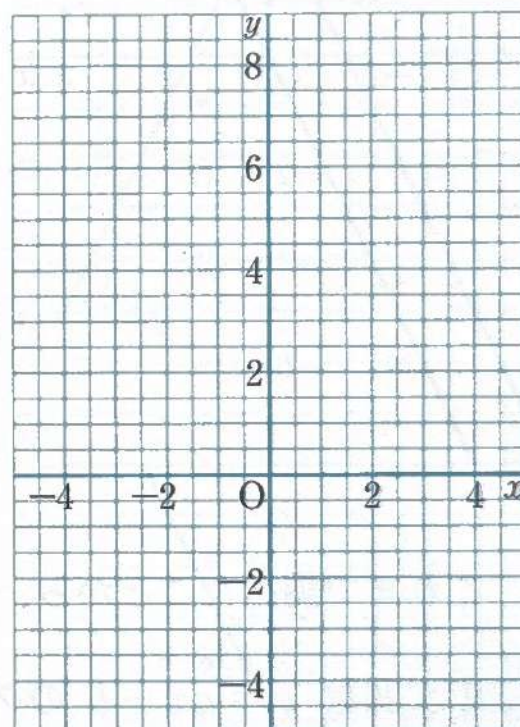
Q 調べてみよう

1 次関数 $y = 2x + 3$ のグラフは、どのようになるでしょうか。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	...

1 上の表の x 、 y の値の組を座標とする点を、
右の図にかき入れてみましょう。

2 x の値を -4 から 3 まで 0.5 おきにとり、
 x 、 y の値の組を座標とする点を、
右の図にかき入れてみましょう。



D もっと多くの点をとっていくと、グラフは
右下の図のような直線になる。

この直線は、 $y = 2x + 3$ が成り立つような
 x 、 y の値の組 (x, y) を座標とする点の集まり
である。

D **問1**
フラッシュ
カード

次の点 A、B、C は、1 次関数
 $y = 2x + 3$ のグラフ上の点です。

□ にあてはまる数を求めなさい。

A(4, □)

B(-5, □)

C(3.5, □)

→ p.221 32

比例 $y = 2x$ の
グラフと、どんな関係が
あるのかな。

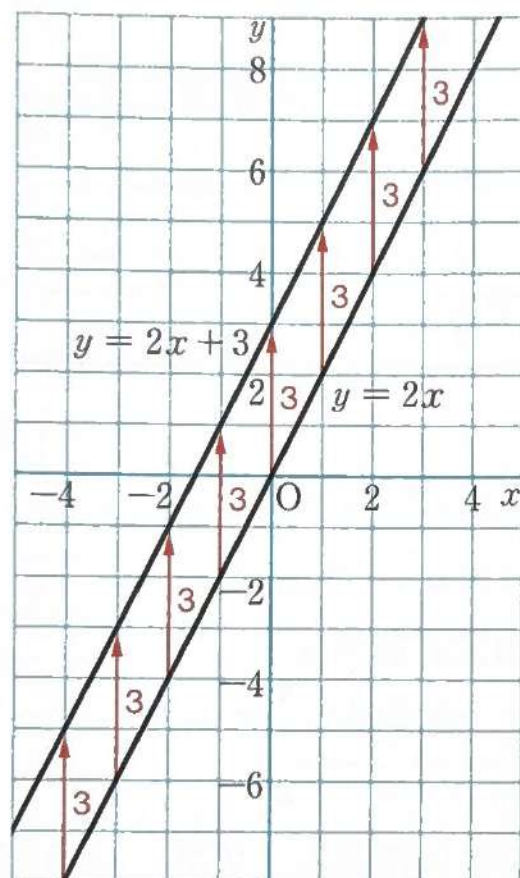


ゆうまさん



1 次関数 $y = 2x + 3$ と比例 $y = 2x$ のグラフを比べてみよう。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$2x$	...	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
$2x + 3$	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	...



上の表からわかるように、 x が同じ値であるとき、 $2x + 3$ の値は $2x$ の値よりもいつでも 3 だけ大きい。

したがって、 $y = 2x + 3$ のグラフ上の各点は、 $y = 2x$ のグラフ上の各点を、 y 軸の正の方向に 3 だけ移動させたものになっている。

問2

1 次関数 $y = 2x - 3$ のグラフを左の図にかき入れなさい。

また、1 次関数 $y = 2x - 3$ のグラフは、 $y = 2x$ のグラフをどのように移動させたものでしょうか。

これまで調べたことから、次のことがわかる。

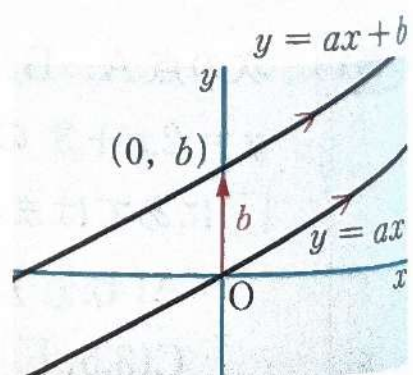


1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは、 $y = ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動させた直線である。

1 次関数 $y = ax + b$ の定数の部分 b は、 $x = 0$ のときの y の値で、グラフが y 軸と交わる点 $(0, b)$ の y 座標になっている。

この b のことを、1 次関数のグラフの **切片** という。

1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは、点 $(0, b)$ を通り、 $y = ax$ のグラフに平行な直線である。



問3

1 次関数 $y = 2x + 4$ のグラフについて、 y 軸と交わる点の座標と切片をそれぞれいいなさい。



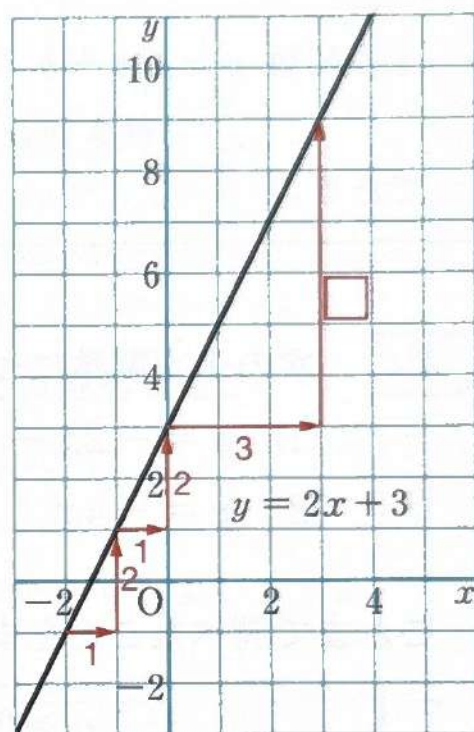
Q 調べてみよう

1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合 a は、グラフではどのようなことを表しているでしょうか。

1次関数 $y = 2x + 3$ を例にして調べてみよう。
この1次関数では、変化の割合は2であるから、

$$\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = 2$$

となる。グラフについていえば、右へ1だけ進むとき、上へ2だけ進む。



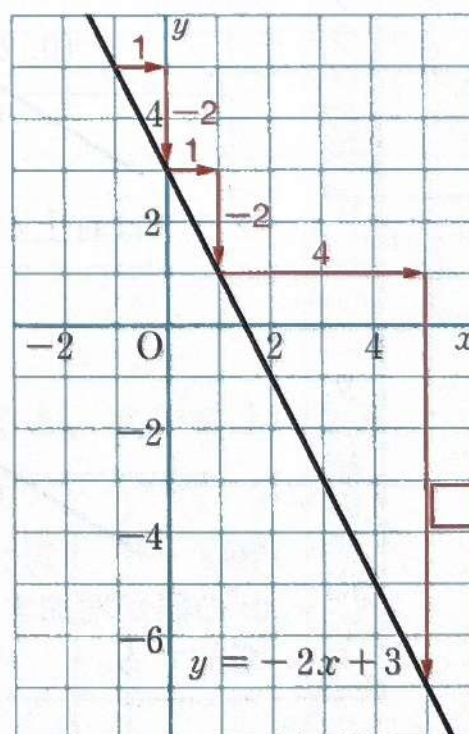
① 1次関数 $y = 2x + 3$ では、 x の値が3だけ増加すると、 y の値はどれだけ増加しますか。

② 1次関数 $y = 2x + 3$ のグラフでは、右へ3だけ進むとき、上へどれだけ進みますか。

1次関数 $y = -2x + 3$ を例にして調べてみよう。
この1次関数では、変化の割合は-2であるから、

$$\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = -2$$

となる。グラフについていえば、右へ1だけ進むとき、下へ2だけ進む。いいかえれば、右へ1だけ進むとき、上へ-2だけ進む。



③ 1次関数 $y = -2x + 3$ では、 x の値が4だけ増加すると、 y の値はどれだけ増加しますか。

④ 1次関数 $y = -2x + 3$ のグラフでは、右へ4だけ進むとき、下へどれだけ進みますか。

⑤ 変化の割合 a の値を変えたとき、1次関数 $y = ax + 3$ のグラフはどのようなになるでしょうか。

それなら

a の値が
2や-2以外の
ときは...



ゆうまさん



前ページで調べたことからわかるように、1次関数 $y = ax + b$ の
 グラフの傾き^{かたむ}ぐあいは、 a がどのような値をとるかによって決まる。

この意味で、 a をそのグラフの傾き^{かたむ}という。

傾き a は、 x の値が1だけ増加したときの y の増加量である。



1 次関数のグラフ

1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは
 傾きが a 、切片が b の直線
 である。



問4 次の1次関数について、グラフの傾きと切片をいいなさい。

(1) $y = -2x - 1$

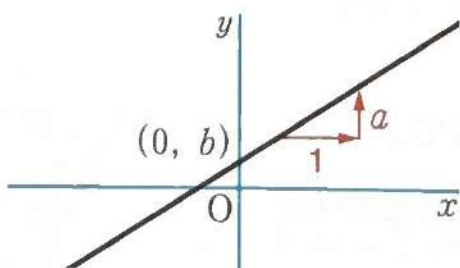
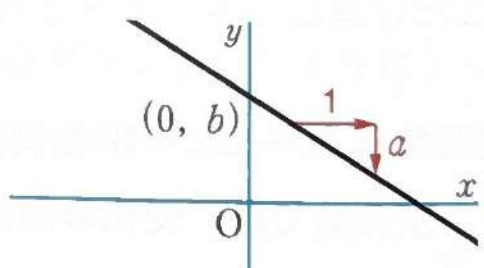
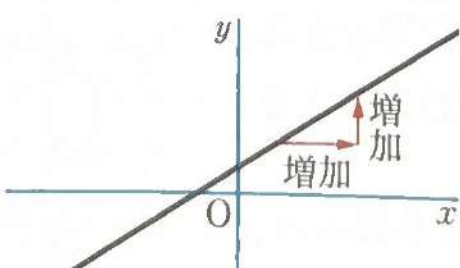
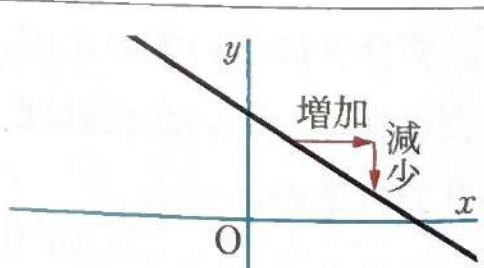
(2) $y = x - 2$

(3) $y = -4x$

(4) $y = \frac{3}{2}x - 6$

→ p.221 34

これまで調べたことをまとめると、次のようになる。

	$a > 0$ のとき	$a < 0$ のとき
グラフの形	 グラフは右上がりの直線となる。	 グラフは右下がりの直線となる。
y の値の変化	 x の値が増加すれば、y の値も増加する。	 x の値が増加すれば、y の値は減少する。



問5

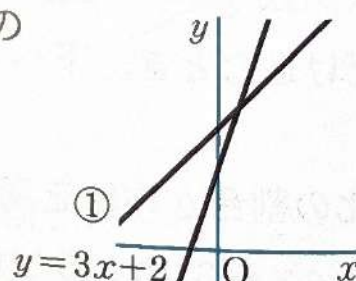
右の①のグラフは、下の㊦～㊥のいずれかの
 グラフです。①はどの関数のグラフですか。

㊦ $y = 5x + 1$

㊧ $y = x + 3$

㊨ $y = 5x + 3$

㊩ $y = x + 1$

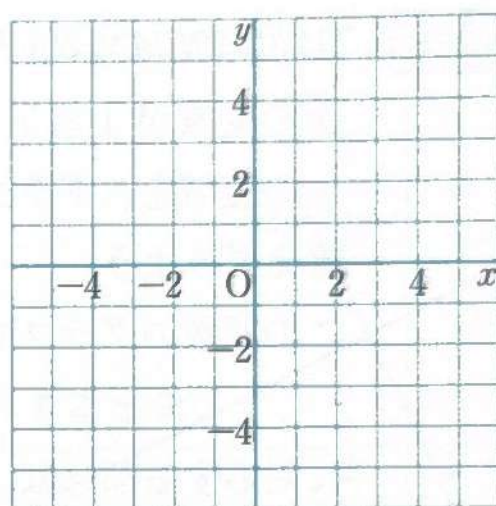




1 次関数のグラフを、簡単にかく方法を考えてみよう

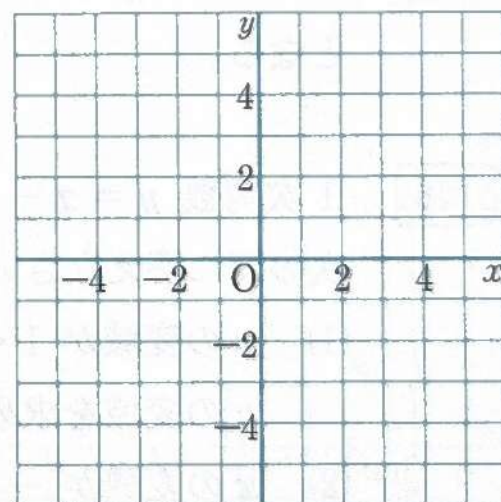
Q 考えてみよう

1 次関数 $y = -2x + 1$ のグラフを、簡単にかく方法を考えてみましょう。



- ① このグラフの切片をいいなさい。このことから、グラフはどの点を通ることがわかりますか。
- ② 傾きに注目すると、グラフは ① の点から右へ 1 だけ進むとき、どの方向へどれだけ進んだ点を通りますか。
- ③ 1 次関数 $y = -2x + 1$ のグラフを、右上の図にかいてみましょう。

☑ 問6 1 次関数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ のグラフを、上と同じように考えてかきなさい。



☑ 問7 次の 1 次関数のグラフをかきなさい。

- (1) $y = 2x - 1$ (2) $y = x + 1$
- (3) $y = -2x + 2$ (4) $y = -\frac{1}{3}x - 3$

→ p.221 35

$y = 2x + 3$ を例に、表、式、グラフの関係をまとめると、次のようになる。

表

			1	1	1	1	
x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-1	1	3	5	7	...
				2	2	2	2

x の値が 1 だけ増加したときの y の増加量

式

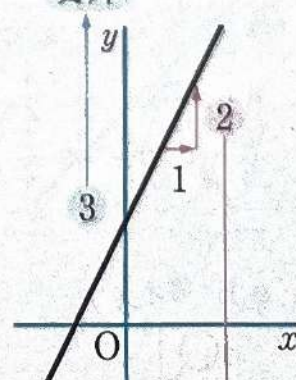
$x = 0$ のときの y の値

$$y = 2x + 3$$

変化の割合

グラフ

切片



傾き





1 次関数のグラフをもとに、変域を求めてみよう

例1

1 次関数 $y = 2x + 3$ について、
 x の変域が $1 \leq x \leq 4$ のときの
 y の変域を、グラフを利用して
考えてみよう。

この関数のグラフで

$$1 \leq x \leq 4$$

に対応する部分は、右の図の
太い黒線の部分であるから、 y は

$x = 1$ のとき、最小値 5

$x = 4$ のとき、最大値 11

をとることがわかる。

したがって、求める y の変域は

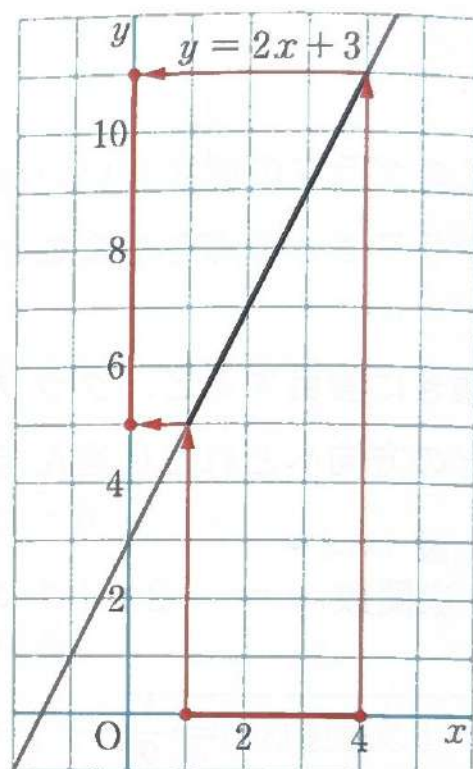
$$5 \leq y \leq 11$$

となる。

ちょっと確認

1年

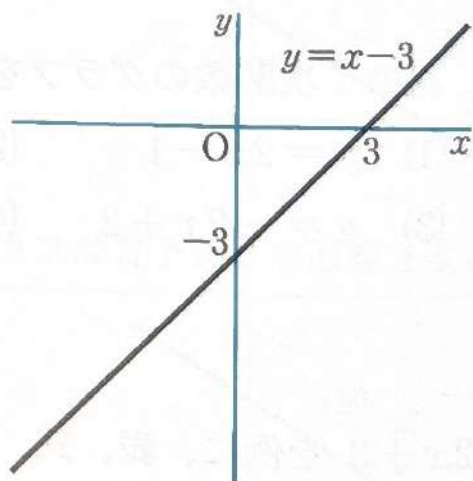
変数 x のとりうる値の範囲を、
その変数 x の変域という。



問8

1 次関数 $y = x - 3$ について、
次の問に答えなさい。

- (1) x の変域が $1 < x < 3$ のときの
 y の変域を求めなさい。
- (2) x の変域が $-4 \leq x \leq 5$ のときの
 y の変域を求めなさい。



→ p.221 36

学びをふり返ろう



2つの数量の関係を表や式、グラフに表すことのよさを、
ふり返ってみましょう。

見方・考え方



表やグラフに表すことで、
変化の特徴がわかりやすくなるね。

